



DRDO-MTS



डिफेंस रिसर्च एण्ड डेवलपमेंट ऑर्गनाइज़ेशन

गणित



CONTENT

1.	शरलीकरण	1
2.	संख्या पद्धति	11
3.	महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम	51
4.	प्रतिशत	69
5.	शरल श्रौर चक्रवृद्धि ब्याज	93
6.	कार्य तथा समय	105
7.	नल श्रौर टंकी	129
8.	समय श्रौर दूरी	139
9.	लाभ-हानि	173
10.	CI k	202
11.	मिश्रण	217
12.	श्रनुपात एवं समानुपात	231
13.	श्रौशत	268
14.	नाव व धारा	276
15.	श्रायु संबंधित	289
16.	क्षेत्रमिति	295
17.	शांख्यकी	334

सरलीकरण से आशय किसी जटिल संक्रिया वाले गणितीय व्यंजक को सरल मान में बदलने से है। यहाँ जटिल संक्रिया का अर्थ है किसी व्यंजक में जोड़-घटाव-गुणा-भाग प्रतिशतता एवं कोष्ठक, आदि का एक साथ आना है। इस प्रकार की गणितीय संक्रिया में एक नियम-विशेष का चरणबद्ध तरीके से पालन करना होता है, जिसे VBODMAS के नाम से जाना जाता है। इसके अलावा सरलीकरण में बीजगणितीय सूत्रों का भी उपयोग किया जाता है।

नियम :-)

VBODMAS, विभिन्न संक्रियाओं (जैसे :- कोष्ठक, गुणा, भाग, जोड़, घटाव) आदि के अंग्रेजी शब्दों (नामों) के आरम्भिक अक्षरों का समूह है। जो इस प्रकार है -

V - Vinculum

- रेखा कोष्ठक

B - Bracket

[[()]]

दोरा, मंशला, वडा कोष्ठक

O - of

- x का

D - Divide

- (÷) भाग

M - Multiplication

- (x) गुणा

A - Addition

- (+) जोड़

S - Subtraction

- (-) घटाव

इस नियम के अन्तर्गत यदि किसी गणितीय व्यंजक में ये सब चिह्न मौजूद हैं तो चरण बद्ध तरीके से यह संक्रिया करें।

चरण 1 :- पहले सभी कोष्ठको (चथा, रेखा, दोटा, मंजला, बडा) आदि की संख्या पुरी की जाती है।

चरण 2 :- 'का' को हटाकर X करें।

चरण 3 :- भाग किया करें।

चरण 4 :- गुणा करें।

चरण 5 :- योगफल प्राप्त करे अर्थात् जोड़ें।

चरण 6 :- बताएँ।

कोष्ठक की संख्या का उदाहरण :-)

उदाहरण 1 :-) $6 = [5 - \{6 - (5 - 4 - 1)\}]$ का मान है।

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

हल :- (b) = $6 - [5 - \{6 - (5 - 4)\}]$ [रेखा कोष्ठक हटाने पर]

= $6 - [5 - \{6 - 2\}]$ [दोटा कोष्ठक हटाने पर]

= $6 - [5 - 4]$ [मंजला कोष्ठक हटाने पर]

= $6 - 1$ [बडा कोष्ठक हटाने पर]

= 5

जोड़-घटा व गुणा-भाग की संक्रिया का उदाहरण :-)

उदाहरण 2 :- $18 \times 12 + 16 \div 8 - 14 = ?$

a) 100

b) 105

c) 204

d) 205

हल :-) (c) $= 18 \times 12 + 2 - 14$ (भाग)

$= 216 + 2 - 14$ (गुणा)

$= 218 - 14$ (जोड़)

$= 204$ (घटाव)

मितित संक्रियाओं के उदाहरण :-)

उदाहरण 3 :-) $[240 \text{ का } \frac{1}{3} - \{60 \div (15 \times 13 + 12 \div 4 - 12)\} + 24 \times 2]$
का मान है -

a) 125

b) 126

c) 127

d) इनमें से कोई नहीं

हल :-) (c) VBODMAS के अनुसार सर्वप्रथम रैखा कोष्ठक के अन्दर की संक्रिया नियम के अनुसार ही करेंगे।

रैखा कोष्ठक के अन्दर की संक्रियाएँ

$$= [240 \text{ का } \frac{1}{3} - \{60 \div (15 \times 13 + \frac{12}{4} - 12)\} + 24 \times 2]$$

$$= [240 \text{ का } \frac{1}{3} - \{60 \div (15 \times 13 + 3 - 12)\} + 24 \times 2]$$

$$= [240 \text{ का } \frac{1}{3} - \{60 \div (15 \times 16 - 12)\} + 24 \times 2]$$

दोटे कोष्ठक के अन्दर संक्रियाएँ

$$[240 \text{ का } \frac{1}{3} - \{60 \div (15 \times 4)\} + 24 \times 2]$$

मंडले कोटक के अन्दर संख्याएँ =

$$= \left[\frac{240 \times 1}{3} - \left\{ \frac{60}{60} \right\} + 24 \times 2 \right]$$

बड़े कोटक में 'का' की संख्या :-)

$$= \left[\frac{240 \times 1}{3} - 1 + 24 \times 2 \right]$$

$$= 80 - 1 + 24 \times 2$$

गुणा की संख्या :- = $80 - 1 + 48$

जोड़ की संख्या :- = $128 - 1$

घटाव की संख्या :- = 127

बीजगणितीय सूत्रों का प्रयोग :-)

गणितीय व्यंजकों को सरल करने के लिए बीजगणितीय सूत्रों या सर्वसमिकाओं का प्रयोग अति महत्वपूर्ण होता है। इन सूत्रों का प्रयोग तभी किया जा सकता है जब व्यंजक का स्वरूप सर्वसमिकाओं जैसा हो।

जैसे - $2.5 \times 2.5 - 0.7 \times 0.7$ (माना $2.5 = a$ तथा $0.7 = b$)

$$\Rightarrow a \times a - b \times b = a^2 - b^2 \quad \text{यह एक सर्वसमिका है।}$$

$$\Rightarrow (a+b)(a-b) \quad \text{यह सर्वसमिका का गुणनखण्ड रूप है।}$$

अतः

$$\text{अभीष्ट मान} = (2.5 + 0.7)(2.5 - 0.7) = 3.2 \times 1.8 = 5.76$$

महत्वपूर्ण सर्वसमिकाएँ :-)

1. $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

2. $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

3. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

4. $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

5. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

6. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

7. $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

8. $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

9. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

10. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

11. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

12. $a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$

13. यदि $a+b+c = 0$ है तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

उदाहरण 4 :- $\frac{0.0256 - 0.0169}{0.16 - 0.13}$ का मान क्या होगा ?

a) 0.03

b) 0.05

c) 0.10

d) 0.08

हल :- (a) यहाँ $0.0256 = (0.16)^2 \Rightarrow 0.0169 = (0.13)^2$

$\therefore \frac{(0.16)^2 - (0.13)^2}{0.16 - 0.13} = \frac{(0.16+0.13)(0.16-0.13)}{(0.16-0.13)}$

$$\therefore [a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$= 0.16 - 0.13 = 0.03$$

उत्तरों में :-

$$\frac{0.67 \times 0.67 \times 0.67 - 0.36 \times 0.36 \times 0.36}{(0.67 \times 0.67) + (0.67 \times 0.36) + (0.36 \times 0.36)}$$

a) 0.31

b) 3.1

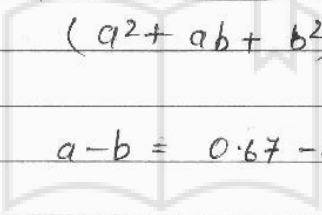
c) 4.1

d) 0.44

हल :- (a) माना $0.67 = a$, $0.36 = b$

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)}$$

$$= a - b = 0.67 - 0.36 = 0.31$$


toppersnotes
 Unleash the topper in you

(- : अभ्यास प्रश्न :-)

Q1. $270 \div 40$ का $\frac{1}{2}$ + $10 \times 7 = ?$

- a) 65.5 b) 75 c) 80.5 d) 83.5.

हल :- (d) = $270 \div 40$ का $\frac{1}{2}$ + 10×7
 (पहले 'का' की गुणा, फिर भाग करेंगे)

$$= 270 \div 40 \times \frac{1}{2} + 10 \times 7$$

$$= 270 \div 20 + 10 \times 7$$

$$= \frac{270}{20} + 10 \times 7 = 13.5 + 70 = 83.5$$

Q2. $\{14.5 - [4.5 + \{4.5 - (9.0 - 4.5 + ?)\}]\} = 0$ में (?) का मान बताइये ?

- a) 9 b) 15 c) 10 d) 20

हल :- (c) $14.5 - [4.5 + \{4.5 - (9.0 - 4.5 + ?)\}] = 0$

$$14.5 - [4.5 + \{4.5 - (9.0 - 4.5 - ?)\}] = 0$$

$$14.5 - [4.5 + \{4.5 - (4.5 - ?)\}] = 0$$

$$14.5 - [4.5 + \{4.5 - 4.5 + ?\}] = 0$$

$$14.5 - [4.5 + ?] = 0$$

$$14.5 - 4.5 + ? = 0$$

$$10.0 - ? = 0$$

$$? = 10$$

Q3. $(300 - 175 + 25) + 30 \div 10 \times 4 = ?$

- a) 110 b) 120 c) 162 d) 135

हल :- (c) = $(300 - 175 + 25) + 30 \div 10 \times 4$
 $= (125 + 25) + 30 \div 10 \times 4$

$$= 150 + 30 \div 10 \times 4 \quad (\text{द्वारा कोटक})$$

$$= 150 + \frac{30}{10} \times 4 \quad (\text{भाग किया})$$

$$= 150 + 3 \times 4 \quad (\text{गुणा})$$

$$= 150 + 12 \quad (\text{जोड़})$$

$$= 162$$

Q4. $150 \div 6 \times \left[\frac{1}{2} \text{ का } \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \text{ का } \frac{7}{4} \right]$ का मान है -

a) 31

b) 31.25

c) 37.25

d) 35.25

सं. -) (b)

$$= 150 \div 6 \times \left(\frac{1}{2} \text{ का } \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \text{ का } \frac{7}{4} \right)$$

$$= 150 \div 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{7}{4} \right)$$

$$= 150 \div 6 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{12} \right)$$

$$= \frac{150}{6} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{12} \right)$$

$$= 25 \times \frac{(8+7)}{12}$$

$$= \frac{25 \times 15}{12} = \frac{25 \times 5}{4}$$

$$= \frac{125}{4}$$

$$= 31.25$$

Q5. $0.2 \times 0.003 \times 0.004 \times 0.005 = ?$

a) 0.00012

b) 0.0000012

c) 0.0012

d) 0.0000000120

हल :- (d)

$$0.2 \times 0.0003 \times 0.004 \times 0.005$$

$$= 0.0000000120$$

Q6. $\frac{0.15 \times 0.15 - 0.05 \times 0.05}{0.15 + 0.05}$ का मान है।

a) 0.10

b) 0.05

c) 0.15

d) 0.20

हल :- (a)

$$\frac{0.15 \times 0.15 - 0.05 \times 0.05}{0.15 + 0.05}$$

माना $0.15 = a$ तथा $0.05 = b$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)} = (a-b) \quad (\text{सुगम करें})$$

\therefore अभीष्ट मान = $\frac{0.15 - 0.05}{0.10}$ (मान रखने पर)

Q7. $\frac{110 \times 110 - 53 \times 53}{57 \times 163}$ का सरल मान क्या है -

a) 1

b) 55

c) 10

d) 25

हल :- (a)

$$\frac{110 \times 110 - 53 \times 53}{57 \times 163} = \frac{(110)^2 - (53)^2}{57 \times 163}$$

$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ मान रखने पर -

$$= \frac{(110+53)(110-53)}{57 \times 163} = \frac{163 \times 57}{57 \times 163} = 1$$

Q8.

$$1.5 \times 1.5 + 2 \times 1.5 \times 3.5 + 3.5 \times 3.5 = ?$$

a) 25

b) 50

c) 20.75

d) 50.25

हल :- (a) माना

$$1.5 = a \quad 3.5 = b$$

$$1.5 \times 1.5 + 2 \times 1.5 \times 3.5 + 3.5 \times 3.5 = ?$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$= (1.5 + 3.5)^2 = (5)^2 = 25$$

Q9.

$$(2.3)^3 - (0.027)$$

$$(2.3)^2 + 0.69 + 0.09$$

का मान है -

a) 1

b) 2

c) 3

d) इनमें से कोई नहीं

हल :- (b)

$$(2.3)^3 - (0.027)$$

$$(2.3)^2 + 0.69 + 0.09$$

माना $2.3 = a$, $0.3 = b$ $\therefore 0.027 = b^3$

$$= a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 + ab + b^2$$

$$a^2 + ab + b^2$$

$$= a - b = 2.3 - 0.3 = 2$$

। d ; k i) fr

किसी भी संख्या (number) को लिखने के लिए हम दशमिक प्रणाली के दस अंकों तथा 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 व 9 का उपयोग करते हैं। भिन्न भिन्न प्रकार की संख्याओं के निर्माण में हम जिन नियमों, विधियों या सम्बन्धों का अध्ययन करते हैं, वे सभी संख्या पद्धति के चक्र होते हैं।

द्वि-अंकीय एवं n-अंकीय संख्याएँ :-)

द्वि-अंकीय संख्याएँ :-) यदि किसी संख्या का इकाई अंक x तथा दहाई अंक y हो तो यह द्वि-अंकीय संख्या होगी। अब चूंकि इकाई का अंक 1 का गुणज तथा दहाई का अंक 10 का गुणज होता है।
अतः द्वि-अंकीय संख्या =

$$= 10 \times \text{दहाई का अंक} + 1 \times \text{इकाई का अंक} = 10y + x$$

जैसे :- किसी संख्या का इकाई अंक 5 तथा दहाई अंक 3 है तो 5 व 3 से बनी द्वि-अंकीय संख्या = $10 \times 3 + 1 \times 5 = 30 + 5 = 35$ होगी।

n-अंकीय संख्याएँ :-) यदि किसी संख्या में अंकों की संख्या $n = 3, 4, 5, 6, \dots$ आदि है तो ये संख्याएँ क्रमशः तीन अंकीय, चार अंकीय, पाँच अंकीय, छह अंकीय संख्याएँ होंगी। इन संख्याओं के निर्माण में भी इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, दस हजार, ... इत्यादि स्थानों का महत्व होती है। ये स्थान दाईं ओर से बाईं ओर क्रमशः 1, 10, 100, 1000 आदि के क्रम में अंकों के जातीय मान के गुणज होते हैं।

उदाहरणार्थ :-) तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या का निर्माण करते समय हम अंक 1 के भागे 2 शून्य रखेंगे। अर्थात् 100 लिखेंगे। न कि 001, क्योंकि संख्या पद्धति के अनुसार शून्य की साधकता किसी पूर्ण संख्या को लिखने के बाद ही होती है। संख्या पद्धति के अन्तर्गत ऐसे अनेक नियम होते हैं।

i) द्वि-अंकीय संख्याओं ज्ञात करना :-
 यदि किसी द्वि-अंकीय संख्या का इकाई व दहाई अंक क्रमशः m और y हो तो द्वि-अंकीय संख्या $= 10y + m$
 तथा अंक पलटने पर बनी संख्या $= 10m + y$ होगी।

ii) इस संख्या के अंकों का योगफल $= y + m$ होगा।

iii) इस संख्या के अंकों का अन्तर $= y - m$ होगा।

iv) इस संख्या के अंकों का गुणनफल $= y \times m$ होगा।

उदाहरण :-) दो अंकों की संख्या में छोटा अंक इकाई स्थान पर है
 अंकों का गुणनफल 24 है। तथा दोनों का अन्तर 5 है
 तब दहाई स्थान वाला अंक है।

a) 5

b) 8

c) 4

d) इनमें से कोई नहीं

हल (b) माना कि द्वि-अंकीय संख्या का इकाई अंक $= m$
 तथा दहाई अंक $= y$

\therefore संख्या का गुणनफल $= y \times m = 24$ --- (i)

प्रश्नानुसार, इकाई अंक छोटा है,

अतः $y - m = 5$ --- (ii)

समी (ii) से, $y = m + 5$ समी. (i) में रखने पर -

$$\Rightarrow (m + 5) m = 24$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m = 24$$

$$\Rightarrow m^2 + 8m - 3m - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (m^2 + 8m) - (3m + 24) = 0$$

$$\Rightarrow (m + 8)(m - 3) = 0$$

$$\Rightarrow m = 3$$

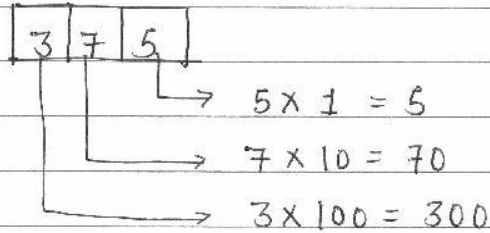
m का मान समी. (ii) में रखने पर, $y \times 3 = 24$

$$\Rightarrow y = 8$$

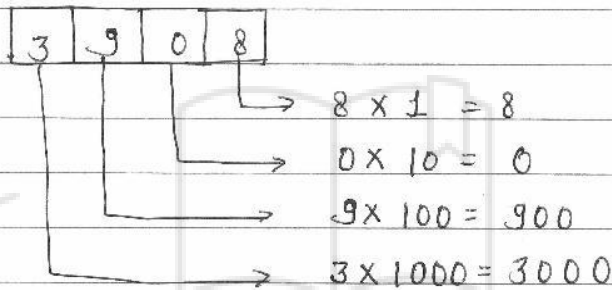
अतः संख्या का दहाई का अंक 8 होगा।

स्थान	गुणज	दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़	दहाई	ईकाई
	$\times 100000000$	$\times 10000000$	$\times 1000000$	$\times 100000$	$\times 10000$	$\times 1000$	$\times 100$	$\times 10$	$\times 1$	
1										
2										
3 अंकिय								3	7	5
4 अंकिय							3	9	0	8
5 अंकिय							8	4	2	3

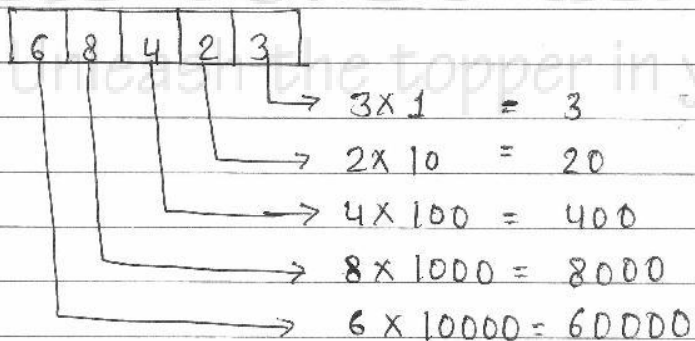
यहाँ तीन अंकीय संख्या 375 के अंकों के स्थानीय मान इस प्रकार होंगे।



चार अंकीय संख्या 3908 के अंकों के स्थानीय मान इस प्रकार होंगे।



पाँच अंकीय संख्या 68423 के अंकों के स्थानीय मान इस प्रकार होंगे।

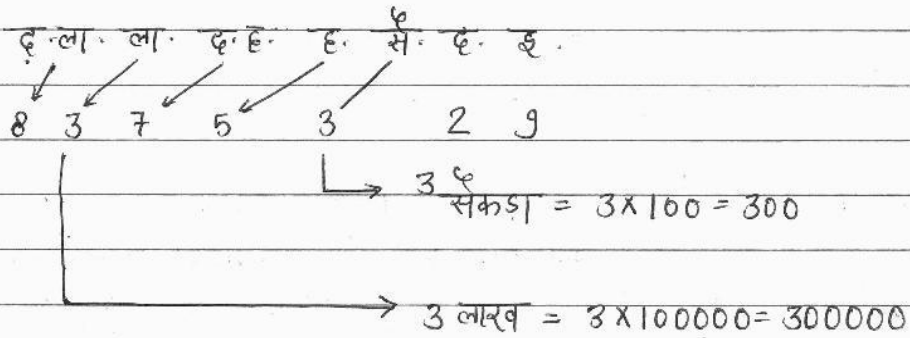


संख्या में अंकों का स्थानीय मान ज्ञात करना → किसी भी संख्या के अंकों का स्थानीय मान उनके स्थानिक क्रम के अनुसार गुणों की गुणा करके ज्ञात करते हैं (पूर्व में ही गयी तालिका और उदाहरण देखें)।

उदाहरण 2 :- संख्या 8375329 के प्रत्येक अंके के स्थानीय मानों में कितना अंतर है।

- a) 299970 b) 2,98,700 c) 2,89,970 d) 2,99,700

हल :- (d) दी गयी सरख्याँ में प्रत्येक उका स्थानीय मान इस प्रकार है -



अभीष्ट अन्तर = $300000 - 300 = 299700$

आधारभूत सरख्याँ के प्रकार :-)

यहाँ "आधारभूत सरख्याँ के प्रकार" से आशय उन सरख्याँ से है जिनके विशेष नाम, जैसे प्राकृत, पूर्ण भाज्य आदि उनके गुण-विशेष के कारण रखे गए हैं।
 जिस प्रकार एक परिवार में पीढ़ी दर पीढ़ी के सदस्यों के भिन्न भिन्न नाम होते हैं। उसी प्रकार सरख्याँ का भी परिवार होता है।

