



UPSC-CDS

COMBINED DEFENCE SERVICES

सम्मिलित रक्षा सेवा

भाग - 2

गणित



विषय सूचि

1. काम और समय	1
2. पाइप और टंकी	12
3. अनुपात और समानुपा	16
4. आय - संबंधी	29
5. औसत	36
6. साझेदारी	43
7. मिश्रण	50
8. संख्या पद्धति	57
9. सरलीकरण	71
10. म.स. एवं ल.स.	79
11. प्रतिशतता	88
12. लाभ-हानि	95
13. बट्टा	101
14. साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज	106
15. चाल-समय-दूरी	121
16. नाव-नदी संबंधी	136
17. क्षेत्रमिति	141
18. बहुपद	167
19. दो चरों वाले रैखिक समीकरण एवं अक्षमिकाएं	172
20. द्विघात समीकरण	180
21. बीजगणित	184
22. त्रिकोणमिति	199
23. ऊँचाई एवं दूरी	210

24. ज्यामिति	215
25. निर्देशांक ज्यामिति	255
26. संख्यात्मक अभियोम्यता	262
27. समुच्चय	274
28. केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप	281
29. लघुगणक	290

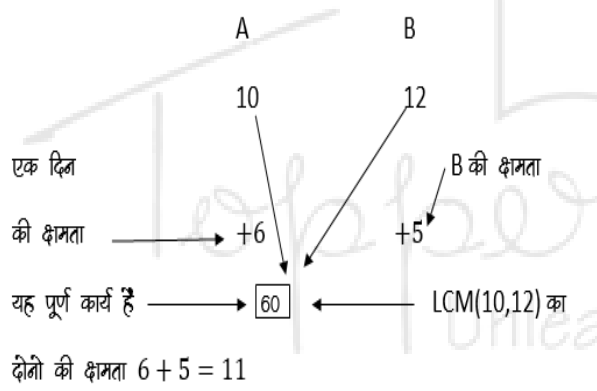
समय और कार्य
Time and work

इस अध्याय में हम कार्य, कार्य को करने में लगा समय और व्यक्ति के कार्य करने की क्षमता के बारे में अध्ययन करते हैं।

यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को x दिनों में पूरा करता है। तो एक दिन में वह कार्य का $\frac{1}{x}$ भाग कर सकेगा

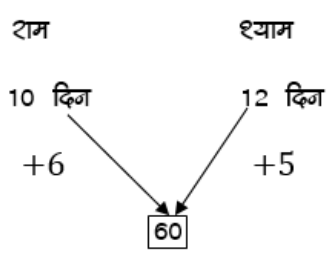
$$\text{क्षमता} = \frac{1}{x} \text{ भाग / दिन}$$

Q.1. A और B किसी कार्य को क्रमशः 10 और 12 दिन में कर सकते हैं, A और B ने साथ मिलकर काम करना शुरू किया और कार्य करना में लगा समय -



कार्य करने में लगा समय = $\frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ दिन

Q.2. राम और श्याम कार्य को क्रमशः 10 और 12 दिन में कर सकते हैं। राम और श्याम ने कार्य करना शुरू किया और 3 दिन बाद राम ने कार्य छोड़ दिया, काम को पूरा करने में कुल कितना समय लगा।



दोनों की क्षमता - 11

तीन दिन का कार्य = $11 \times 3 = 33$

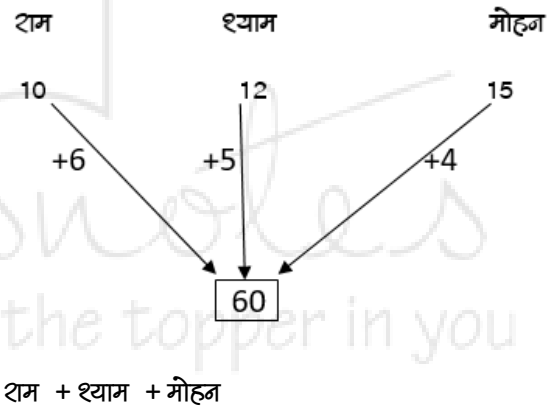
शेष कार्य = $60 - 33 = 27$

शेष कार्य B द्वारा किया जाना है - $\frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$ दिन

कुल समय $3 + 5\frac{2}{5} = 8\frac{2}{5}$ दिन उत्तर

Q.3. राम, श्याम, मोहन किसी कार्य को क्रमशः 10, 12, 15 दिनों में कर सकते हैं।

(a) अगर तीनों साथ मिलकर काम करना शुरू करे परन्तु 2 दिन बाद राम काम छोड़ देता है और उसके 2 दिन बाद मोहन भी छोड़ देता है, काम कितने दिनों में पूरा हुआ।



= राम + श्याम + मोहन

$6 + 5 + 4 \rightarrow 15$ कार्य

दो दिन में $\rightarrow 15 \times 2 \rightarrow 30$ कार्य

शेष कार्य $\rightarrow 60 - 30 = 30$ कार्य

श्याम+मोहन $\rightarrow 5 + 4 \rightarrow 9$ कार्य

दो दिन के कार्य $\rightarrow 9 \times 2 = 18$ कार्य

शेष कार्य $30 - 18 = 12$ कार्य

अब शेष कार्य श्याम के द्वारा = $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ दिन

कार्य पूरा होने में लगा समय $2 + 2 + 2\frac{2}{5} = 6\frac{2}{5}$ दिन

(b) तीनों ने साथ मिलकर कार्य किया, राम और श्याम ने कार्य खत्म होने से 2 दिन पहले कार्य छोड़ दिया, पूरा कार्य करने में लगा समय -

$$\text{राम+श्याम+मोहन} \longrightarrow 15 \text{ कार्य क्षमता}$$

$$\text{मोहन ने दो दिन ज्यादा किया} \longrightarrow +4 \times 2 \longrightarrow 8 \text{ कार्य}$$

$$\text{शेष कार्य} \longrightarrow 60-8 \longrightarrow 52$$

$$52 \text{ कार्य तीनों द्वारा} \longrightarrow \frac{52}{15} = 3\frac{7}{15} \text{ दिन}$$

$$\text{कुल} \longrightarrow 2 + 3\frac{7}{15} \longrightarrow 5\frac{7}{15} \text{ दिन}$$

(c) अगर राम काम खत्म होने से 2 दिन पहले काम छोड़ दे और मोहन काम खत्म होने से 3 दिन पहले काम छोड़ दें।

काम कुल कितने दिन में खत्म होगा।

$$\text{कुल काम} \longrightarrow 60$$

$$\text{राम} \longrightarrow 2 \text{ दिन} \quad 6 \times 2 \longrightarrow 12$$

$$\text{श्याम} \longrightarrow 3 \text{ दिन} \quad 5 \times 3 \longrightarrow 15$$

$$\text{Total work} \quad \frac{60+12+15}{15} = \frac{87}{15} = 5\frac{4}{5} \text{ दिन}$$

(d) तीनों साथ मिलकर काम करना शुरू करते हैं लेकिन 2 दिन बाद राम काम छोड़कर चला जाता है और श्याम काम खत्म होने से 1 दिन पहले काम छोड़ देता है, पूरा काम खत्म होने में कितना समय लगा।

$$\text{कुल कार्य} \longrightarrow 60$$

$$\text{राम का दो दिन का काम} \longrightarrow -12$$

$$\text{शेष कार्य} \quad 60-12 \longrightarrow 48$$

$$\text{मोहन एक दिन पहले छोड़ गये} \longrightarrow +5$$

$$\text{कुल} \quad 48 + 5 \longrightarrow 53$$

$$\text{समय} \longrightarrow \frac{53}{9} = 5\frac{8}{9} \text{ दिन}$$

(E) तीनों साथ मिलकर काम शुरू करते ही परन्तु 3 दिन बाद राम काम छोड़ देता है और मोहन काम खत्म होने के 4 दिन पहले काम छोड़ देता है पूरा काम कितने दिन में खत्म होगा।

$$\text{कुल} \longrightarrow 60 \quad \text{राम का तीन दिन का} \quad \text{मोहन का चार दिन का कार्य}$$

$$\text{कार्य} \longrightarrow 3 \times 6 \longrightarrow 18 \quad 4 \times 4 \longrightarrow 16$$

$$\text{शेष} \longrightarrow 60 - 18 + 16 \longrightarrow 58 = \frac{58}{9} = 6\frac{4}{9} \text{ दिन}$$

श्याम + मोहन

नोट :

$$m_1 \times D_1 \times H_1 = m_2 \times D_2 \times H_2$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{Man}_1 & \text{Day}_1 & \text{Hour}_1 & \text{Man}_2 & \text{Day}_2 & \text{Hour}_2 \end{matrix}$$

Q.1. 40 श्रद्धमी 6 घंटे प्रतिदिन कार्य करते हुए किसी कार्य को 30 दिन में कर सकते हैं। तो 20 दिन में खत्म करने के लिये कितने श्रद्धमी और चाहिये यदि प्रतिदिन 8 घण्टे काम करे तों।

$$40 \times 30 \times 6 = x \times 20 \times 8$$

$$x = 45 \text{ श्रद्धमी}$$

पहले 40 थे अब 45 चाहिये यानि की 5 श्रद्धमी और चाहियें।

Q.2. यदि 20 श्रद्धमी किसी कार्य को 30 दिनों में 8 घण्टे प्रतिदिन कार्य करते हुए पूरा कर सकते हैं तो 15 व्यक्ति उस कार्य के 6 घण्टे प्रतिदिन

करते हुए, कितने दिनों में पूरा कर देंगे। जबकि पहले समूह के 3 व्यक्ति दूसरे के 2 व्यक्ति के बराबर हैं।

क्षमता

$$3M_1 = 2M_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{2}{3} \text{ तब}$$

$$20 \times 30 \times 8 \times 2 = 15 \times 6 \times x \times 3$$

$$\frac{320}{9} = x$$

$$35 \frac{5}{9} \text{ दिन}$$

नोट:

यदि A+B	x दिन में
A	x+a दिन में
B	x+b दिन में

$$x = \sqrt{ab}$$

Q.1. राम को $4\frac{1}{2}$ दिन अधिक समय लगता है, राम और श्याम से और श्याम को 8 दिन अधिक समय लगता है, राम और श्याम से तो राम और श्याम उस कार्य को एक साथ कितने दिन में कर सकते हैं।

राम + श्याम x दिन में

जहाँ राम → $x + 4\frac{1}{2}$ दिन

श्याम → $x + 8$ दिन

$$x = \sqrt{4\frac{1}{2} \times 8} = \sqrt{\frac{9}{2} \times 8} = \sqrt{36} = 6 \text{ दिन}$$

Q.2. रवि और किशन किसी कार्य को एक साथ करते हैं, यदि रवि अकेला उस कार्य को करता है तो $5\frac{1}{3}$ घण्टे अधिक लगते हैं और यदि किशन अकेला करता हो तो $8\frac{1}{3}$ घण्टे अधिक समय लेता है तो दोनों उस कार्य को कितने समय में कर पायेगा।

$$a = 5\frac{1}{3}, \quad b = 8\frac{1}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{16}{3} \times \frac{25}{3}} = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3} \text{ घण्टे} =$$

$$6\frac{2}{3} \text{ घण्टे}$$

मजदूरी पर आधारित -

Q.1. A, B, C तीन आदमी किसी काम को क्रमशः 10, 12, 15 दिन में कर सकता है। यदि वे तीनों मिलकर इस काम को करते हैं और उसके लिए उन्हें 1800 रुपये मिलते हैं तो B का पारिश्रमिक ज्ञात करें।

$$A : B : C$$

$$10 : 12 : 15 \text{ दिन में}$$

क्षमता

$$\frac{1}{10} : \frac{1}{12} : \frac{1}{15} \text{ सभी को 60 से गुणा करने पर}$$

$$6 : 5 : 4$$

कुल

$$6 + 5 + 4 = 15$$

B का पारिश्रमिक

$$= \frac{5}{15} \times 1800 = 600 \text{ रुपये}$$

Q.2. A ने किसी कार्य का $\frac{1}{3}$ भाग, B ने $\frac{2}{5}$ भाग तथा C में शेष भाग किया, पूरे काम की मजदूरी 2700 रुपये मिली हो तो C की मजदूरी ज्ञात करें।

$$A - \frac{1}{3} \text{ भाग, } B - \frac{2}{5} \text{ भाग,}$$

$$C - 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$$

$$1 - \left(\frac{11}{15}\right)$$

$C - \frac{4}{5}$ भाग

मजदूरी का अनुपात : $A : B : C$

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{5} : \frac{4}{15}$$

5 : 6 : 4 – कुल – 15

C की मजदूरी

$$\frac{4}{15} \times 2700 = 720 \text{ रुपये}$$

पुरुष, स्त्री, बच्चों पर आधारित प्रश्न :

उदाहरण

10 श्रद्धमी अथवा 20 स्त्रियाँ किसी काम को 26 दिन में करती हैं। 24 श्रद्धमी और 17 स्त्रियों उनके दुगुने काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

- यहां हम श्रद्धमी, स्त्री, बच्चों के कार्य क्षमता अनुपात से किसी भी एक में अर्थात् पुरुष, स्त्री या बच्चों में बदल लेंगे।

हल:

दिया गया है 10 श्रद्धमी अथवा 20 स्त्रियाँ अर्थात्

$$10 M = 20w$$

$$M = 2w$$

इस प्रकार से दूसरे कार्य में 24 श्रद्धमी = 48 स्त्रियाँ

$$\text{और 17 स्त्रियाँ} = 48 + 17 = 65 \text{ स्त्रियाँ}$$

कार्य = कार्य

$$\frac{20 \times 26}{1} = \frac{65 \times x}{2}$$

$$\text{जहाँ कार्य} = \frac{M \times D \times H}{W}$$

$$x = 16 \text{ दिन}$$

Q.1. यदि 8 लडके या 12 स्त्रियाँ किसी काम को 24 दिन में कर सकते हैं तो उसी काम को 4 लडके और 6 स्त्रियाँ कितने समय में कर देगी

$$8B = 12W$$

$$1B = \frac{12}{8}W$$

तो 4 लडके

$$= \frac{12}{8} \times 4W$$

$$= 6W$$

तथा 6 स्त्रियाँ उसी काम को 24 दिन में कर पायेगी अतः

4 लडके और 6 स्त्रियाँ भी 24 दिन में कर सकेगी।

Q.2. 4 श्रद्धमी तथा 6 लडके किसी भाग को 5 दिन में पूरा करते हैं जबकि 6 श्रद्धमी 4 लडके उसे 4 दिन में पूरा करते हो। 8 श्रद्धमी और 12 लडके उस काम को कितने दिन में पूरा कर लेंगे।

$$= (4M + 6B) \times 5 = (6M + 4B) \times 4$$

$$20M + 30B = 24M + 16B$$

$$30B - 16B = 24M - 20M$$

$$14B = 4M$$

$$1M = \frac{14}{4}B = \frac{7}{2}B$$

अतः 8 श्रद्धमी और 12 लडके = 40 B

$$8 \times \frac{7}{2} = 28$$

और 4 श्रद्धमी और 6 लडके = 20 B

$$4 \times \frac{7}{2} = 14B$$

कार्य = कार्य

$$20 \times 5 = 40 \times x$$

$$x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ दिन}$$

अभ्यास प्रश्न हल रहित -

1. A और B एक काम को 36 दिन में कर सकते हैं, B और C 60 दिन में कर सकते हैं, A और C 45 दिन में कर सकते हैं। तो C अकेले 36 दिन में कर सकता है ?
- (a) 90 दिन
(b) 180 दिन
(c) 120 दिन
(d) 150 दिन

उत्तर- (b)

व्याख्या -

$$(A + B) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \frac{1}{36} \dots \dots \dots (i)$$

$$(B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \frac{1}{60} \dots \dots \dots (ii)$$

$$(C + A) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \frac{1}{45} \dots \dots \dots (iii)$$

$$2(A + B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \frac{1}{36} + \frac{1}{60} + \frac{1}{45}$$

$$= \frac{5+3+4}{180} = \frac{12}{180} = \frac{1}{15}$$

$$\therefore (A + B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \frac{1}{52 \times 2} = \dots (iv)$$

समीकरण (iv) में से समीकरण (i) को घटाने पर-

$$C \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \frac{1}{30} - \frac{1}{36} = \frac{6-5}{180}$$

\therefore अकेले C 36 काम को 180 दिन में कर लेगा।

2. रोनाल्ड और एलन एक नियुक्ति का कार्य कर रहे हैं। रोनाल्ड कम्प्यूटर पर 32 पृष्ठ 6 घंटे में टाइप करता है, जबकि एलन 40 पृष्ठ 5 घंटे में करता है। 110 पृष्ठों के कार्य को अलग-अलग कम्प्यूटरों पर करने में उन्हें कितना समय लगेगा ?
- (a) 7 घंटे 30 मिनट
(b) 8 घंटे
(c) 8 घंटे 15 मिनट
(d) 8 घंटे 25 मिनट

उत्तर- (c)

व्याख्या -

रोनाल्ड द्वारा एक घण्टे में टाइप किये गये

$$\text{पृष्ठों की संख्या} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

एलन द्वारा एक घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों

$$\text{की संख्या} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\therefore \text{दोनों द्वारा एक घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या} = \frac{16}{3} + 8 = \frac{16+24}{3} = \frac{40}{3}$$

110

$$\begin{aligned} \therefore \text{दोनों द्वारा 110 पृष्ठ टाइप करने में लगा समय} &= \left(\frac{40}{3}\right) \text{ घण्टे} = \frac{110 \times 3}{40} \text{ घण्टे} \\ &= \left(\frac{33}{4}\right) \text{ घण्टे} = 8\frac{1}{4} \text{ घण्टे} = 8 \text{ घण्टे } 15 \text{ मिनट} \end{aligned}$$

3. A तथा B एक कार्य को 10 दिनों में कर सकते हैं। B तथा C वही कार्य 12 दिनों में कर सकते हैं। A तथा C 36 दिन में कर सकते हैं। तदनुसार अकेला A वही कार्य कितने दिनों में कर पाएगा ?
- (a) 24 दिन
(b) 20 दिन
(c) 40 दिन
(d) 30 दिन

उत्तर- (a)

व्याख्या -

$$(A + B) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} \\ = \frac{1}{10} \dots \dots \dots (i)$$

$$(B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} \\ = \frac{1}{12} \dots \dots \dots (ii)$$

$$(C + A) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} \\ = \frac{1}{15} \dots \dots \dots (iii)$$

∴ तीनों शमीकरणों को जोड़ने पर

$$2(A + B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया} \\ \text{गया काम} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{6+5+4}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

∴ (A + B + C) द्वारा एक दिन में किया

$$\text{गया काम} = \frac{15}{60 \times 2} = \frac{1}{8} \dots (iv)$$

शमीकरण (iv) में से शमीकरण (ii) को घटाने पर-

$$A \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \\ \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{3-4}{12} = \frac{1}{24}$$

∴ शकिले A द्वारा कार्य करने में लिया गया समय = 24 दिन

4. A तथा B एक कार्य 8 दिनों में पूरा कर सकते हैं, B तथा C उसी कार्य 12 दिनों में कर सकते हैं और C तथा A उसी कार्य को 8 दिनों में कर सकते हैं। तदनुसार तीनों मिलकर वही कार्य कितने दिनों में पूरा कर सकते हैं ?

- (a) 24 दिन
- (b) 20 दिन
- (c) 40 दिन
- (d) 6 दिन

उत्तर- (d)

व्याख्या -

$$(A + B) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \\ \frac{1}{8} \dots \dots \dots (i)$$

$$(B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \\ \frac{1}{12} \dots \dots \dots (ii)$$

$$(C + A) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया काम} = \\ \frac{1}{8} \dots \dots \dots (iii)$$

∴ तीनों शमीकरणों को जोड़ने पर

$$2(A + B + C) \text{ द्वारा एक दिन में किया गया} \\ \text{काम} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{3+2+3}{24} = \frac{8}{24}$$

∴ (A + B + C) द्वारा एक दिन में किया गया

$$\text{काम} = \frac{8}{24 \times 2} = \frac{1}{6}$$

∴ तीनों मिलकर 36 कार्य कर सकते हैं = 6 दिन में

5. श्रमर एक कार्य को 30 दिनों में पूरा कर सकता है तथा श्रमर उसी कार्य को 15 दिनों में पूरा कर सकता है। यदि दोनों मिलकर कार्य करें, तो 4 दिनों में कुल कार्य का कितना प्रतिशत कार्य पूरा हो जाएगा ?

- (a) 15
- (b) 37
- (c) 40
- (d) 45

उत्तर- (c)

व्याख्या -

$$\text{श्रमर द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य} = \frac{1}{30}$$

$$\text{श्रमर द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$(\text{श्रमर और श्रमर}) \text{ द्वारा 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{30} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1+2}{30}$$

$$= \frac{3}{30} \Rightarrow \frac{1}{10}$$

$$\text{दोनों द्वारा मिलकर 4 दिन का कार्य} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{2}{5}$$

$$\text{अतः श्रमीष्ट प्रतिशत} = \frac{2 \times 100}{5} \Rightarrow 40\%$$

6. A एक काम को 36 दिनों में कर सकता है और B उही काम को 12 दिनों में कर सकता है। जब वे इस काम को एक साथ मिलकर करते हैं, तो वे कितने दिनों में उसे पूरा करने में सक्षम होंगे ?

- (a) 8 (b) 6
(c) 10 (d) 9

उत्तर- (d)

व्याख्या -

$$A \text{ का एक दिन का काम} = \frac{1}{36}$$

$$B \text{ का एक दिन का काम} = \frac{1}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{दोनों का एक दिन का काम} &= \frac{1}{36} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{4}{36} \Rightarrow \frac{1}{9} \end{aligned}$$

दोनों के द्वारा को कार्य को पूरा करने में लगा समय = $\frac{1}{\frac{1}{9}} \Rightarrow 9$ दिन

7. U, V तथा W मिलकर किसी कार्य को 15 दिनों में पूरा कर सकते हैं। U अकेला 60 दिनों में कार्य को पूरा कर सकता है। V तथा W मिलकर उस कार्य को कितने दिनों में पूरा कर सकते हैं ?

- (a) 10 (b) 20
(c) 14 (d) 12

उत्तर- (b)

व्याख्या -

$$U, V \text{ एवं } W \text{ का एक दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$U \text{ का एक दिन का कार्य} = \frac{1}{60}$$

$$\therefore (V + W) \text{ का एक दिन का कार्य}$$

$$= \frac{1}{15} - \frac{1}{60}$$

$$= \frac{4-1}{60} = \frac{3}{60} \Rightarrow \frac{1}{20}$$

$$\therefore (V + W) \text{ मिलकर कार्य को पूरा करेंगे}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{20}} \Rightarrow 20 \text{ दिनों में}$$

8. A तथा B मिलकर एक 120 पृष्ठ वाली किताब टाइप करनी है। A, 9 घंटे में 36 पृष्ठ टाइप करता है तथा B, 5 घंटे में 40 पृष्ठ टाइप करता है। A पहले 60 पृष्ठ अकेला टाइप करता है तथा शेष के 60 पृष्ठ A तथा B मिलकर टाइप करते हैं। पूरी किताब को टाइप करने में कितना समय (घंटों में) लगेगा ?

- (a) 24 (b) 20
(c) 12 (d) 15

उत्तर- (b)

व्याख्या -

A द्वारा 9 घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या = 36

$$\therefore A \text{ द्वारा } 1 \text{ घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठ} = \frac{36}{9} \Rightarrow 4$$

B द्वारा 5 घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या = 40

$$\therefore B \text{ द्वारा } 1 \text{ घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठ} = \frac{40}{5} \Rightarrow 8$$

A द्वारा प्रथम 60 पृष्ठ टाइप करने में लगा समय = $\frac{60}{4} \Rightarrow 15$ घंटा

शेष के 60 पृष्ठ में दोनों टाइप करते हैं। दोनों 1 घंटे में $4 + 8 = 12$ पृष्ठ टाइप करेंगे।

अतः 60 पृष्ठ में दोनों द्वारा लिया गया समय = $\frac{60}{12} \Rightarrow 5$ घण्टे

9. 45 पुरुष या 60 लडके एक कार्य को 20 दिनों में पूरा करते हैं। 15 पुरुष तथा 20 लडके उही कार्य को पूरा करने में कितने दिन लेंगे ?

- (a) 23 (b) 45
(c) 30 (d) 25

उत्तर- (c)

व्याख्या -

$$45 \text{ पुरुष} = 60 \text{ लडके या } 1 \text{ पुरुष} = \frac{60}{45} \text{ लडके}$$

$$\therefore 15 \text{ पुरुष} = \frac{60}{45} \times 15 \Rightarrow 20 \text{ लडके}$$

$$M_1 D_1 = M_2 D_2 \text{ सूत्र}$$

$$60 \times 20 = 40 \times D_2$$

$$(\because M_2 = 15 \text{ पुरुष} + 20 \text{ लडका})$$

$$(\because M_2 = 20 \text{ लडका} + 20 \text{ लडका} \Rightarrow 40 \text{ लडका})$$

$$D_2 = \frac{60 \times 20}{40} \Rightarrow 30 \text{ दिन}$$

10. 2 पुरुष अथवा 3 महिलाएं एक कार्य को 90 दिनों में पूरा कर सकते हैं, तो 6 पुरुष तथा 7 महिलाएं उही कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे?

- (a) 18 (b) 27
(c) 20 (d) 24

उत्तर- (a)
व्याख्या -

$$2 \text{ पुरुष} = 3 \text{ महिला} \Rightarrow 1 \text{ पुरुष} = \frac{3}{2} \text{ महिला}$$

$$\therefore 6 \text{ पुरुष} = \frac{3}{2} \times 6 \Rightarrow 9 \text{ महिला}$$

$$\therefore 3 \text{ महिला कार्य को पूरा करती हैं} = 96 \text{ दिन में}$$

$$\therefore 1 \text{ महिला कार्य को पूरा करेगी} = 96 \times 3 \text{ दिन में}$$

$$\therefore 6 \text{ पुरुष तथा 7 महिला} = (9 + 7) \text{ महिला}$$

$$\therefore 16 \text{ महिला कार्य को पूरा करेगी} = \frac{96 \times 3}{16} = 6 \times 3 \Rightarrow 18 \text{ दिन}$$

11. 18 श्राद्धमी अथवा 36 लडके 6 घंटे प्रतिदिन काम करके एक खेत को 24 दिन में जोत सकते हैं 24 श्राद्धमी तथा 24 लडके मिलकर 9 घंटे प्रतिदिन काम करके उही खेत को कितने दिन में जोतेंगे ?

- (a) 9 (b) 10
(c) 6 (d) 8

उत्तर- (d)
व्याख्या -

व्याख्या -

$$18 \text{ श्राद्धमी} = 36 \text{ लडके}$$

$$\therefore 1 \text{ श्राद्धमी} = 2 \text{ लडके}$$

$$\therefore 24 \text{ श्राद्धमी} = 24 \times 2 \Rightarrow 48 \text{ लडके}$$

लडके	घंटा	दिन
↑ 36	↑ 6	↑ 24
(48+24)	9	x

$$\therefore \frac{x}{24} = \frac{36 \times 6}{72 \times 9}$$

$$\therefore = \frac{24 \times 36 \times 6}{72 \times 9} \Rightarrow 8 \text{ दिन}$$

12. कुछ व्यक्ति एक कार्य को 40 दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि 45 व्यक्ति और होते, तो वह कार्य 25 दिनों में पूरा हो सकता था। उस कार्य पर श्रांभ में लगाए गए व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करें।

- (a) 70 (b) 85
(c) 65 (d) 75

उत्तर- (d)

व्याख्या -

माना x व्यक्ति कार्य को 40 दिन में पूरा करते हैं।

$$x \times 40 = (x + 45) \times 25$$

$$40x = 25x + 45 \times 25$$

$$(40 - 25)x = 45 \times 25$$

$$15x = 45 \times 25$$

$$x = \frac{45 \times 25}{15} \Rightarrow 75 \text{ व्यक्ति}$$

13. 10 महिलाएं किसी कार्य का 6 दिनों में पूरा कर सकती हैं, 6 पुरुष उही कार्य को 5 दिनों में पूरा कर सकते हैं तथा 8 बच्चे उही कार्य को 10 दिनों में पूरा कर सकते हैं। क्रमशः एक महिला, एक पुरुष तथा एक बच्चे की क्षमता का अनुपात क्या है ?

- (a) 4 : 6 : 3
(b) 4 : 5 : 3
(c) 2 : 4 : 3
(d) 4 : 8 : 3

उत्तर- (d)

व्याख्या -

एक महिला, एक पुरुष तथा एक बच्चे की
काय क्षमता का अक्षीष्ट अनुपात

$$\frac{1}{10 \times 6} : \frac{1}{6 \times 5} : \frac{1}{8 \times 10} = \frac{1}{60} : \frac{1}{30} : \frac{1}{80} \quad x \times 40 =$$

$$(x + 45) \times 25$$

$$= \frac{4}{240} : \frac{8}{240} : \frac{3}{240} \Rightarrow 4 : 8 : 3$$

14. A, B और C क्रमशः 6, 9 और 18 दिनों में अकेले एक काम को कर सकते हैं। वे सभी मिलकर 1 दिन के लिए काम करते हैं, फिर A और B काम छोड़ देते हैं। अकेले काम करते हुए C को शेष काम को पूरा करने में कितने दिन लगेंगे ?

- (a) 9 (b) 6
(c) 12 (d) 10

उत्तर- (c)

व्याख्या -

$$A \text{ का एक दिन का काम} = \frac{1}{36}$$

$$B \text{ का एक दिन का काम} = \frac{1}{9}$$

$$C \text{ का एक दिन का काम} = \frac{1}{18}$$

$$(A + B + C) \text{ का एक दिन का काम} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$$

$$= \frac{3 + 2 + 1}{18} = \frac{6}{18} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

$$\text{शेष काम} = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \text{ भाग}$$

$$\therefore C, \text{ काम का } \frac{1}{18} \text{ भाग करता है} = 1 \text{ दिन में}$$

$$\therefore C, \text{ अकेले शेष } \left(\frac{2}{3}\right) \text{ भाग काम को करेगा} =$$

$$\frac{1}{1} \times \frac{2}{3}$$

$$= 18 \times \frac{2}{3} \Rightarrow 12 \text{ दिनों में}$$

15. S, T तथा U एक कार्य को क्रमशः 40, 48 तथा 60 दिन में पूरा करते हैं। कार्य को पूरा करने के लिए उन्हें 10800 रु. मिलते हैं। उन्होंने कार्य को एक साथ प्रारंभ किया, परंतु T कार्य पूरा होने से

2 दिन पहले तथा U कार्य पूरा होने से 5 दिन पहले कार्य को छोड़कर चला जाता है। S शेष कार्य को अकेला पूर्ण करता है। निर्धारित शर्त में से S का भाग (रु. में) कितना है ?

- (a) 4000 (b) 4320
(c) 4500 (d) 4860

उत्तर- (d)

व्याख्या -

$$S \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{40}$$

$$T \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{48}$$

$$U \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{60}$$

माना कार्य को पूरा होने में कुल x दिन लगते हैं, तब

$$x \times \frac{1}{40} + (x - 2) \times \frac{1}{48} + (x - 5) \times \frac{1}{60} = 1$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{x}{10} + \frac{(x - 2)}{12} + \frac{(x - 5)}{15} \right] = 1$$

$$6x + 5x - 10 + 4x - 20 = 4 \times 60$$

$$15x = 240 + 30 \Rightarrow x = \frac{270}{15}$$

$$x = 18 \text{ दिन}$$

यानी 'S' 18 दिन कार्य करता है।

$$\therefore 'S', 40 \text{ दिन में कार्य करता है} = 1$$

$$\therefore 'S', 18 \text{ दिन में कार्य करेगा} = \frac{18}{40} \Rightarrow \frac{9}{20}$$

भाग

$$\therefore \text{निर्धारित शर्त में 'S' का भाग} =$$

$$10800 \times \frac{9}{20}$$

$$= 540 \times 9 \Rightarrow 4860 \text{ रु.}$$

16. X तथा Y मिलकर किसी कार्य को 15 दिन में पूरा करते हैं। Y अकेला उस कार्य को 25 दिन में पूरा कर सकता है। उन्होंने उस कार्य को साथ मिलकर पूरा करने के लिए 5600 रु. लिए। X का हिस्सा (रु. में) कितना होगा ?

- (a) 4000 (b) 2100
(c) 2800 (d) 2240

उत्तर- (d)

व्याख्या -

X का 1 दिन का कार्य = (X तथा Y का 1 दिन का कार्य) - (Y का 1 दिन का कार्य)

$$= \frac{1}{15} - \frac{1}{25}$$

$$= \frac{5-3}{75} \Rightarrow \frac{2}{75}$$

∴ X को अकेले कार्य पूरा करने में लगा समय = $\frac{75}{2} \Rightarrow 37.5$ दिन

	S	:	Y
समयानुपात-	37.5	:	25
	3	:	2
	2	:	3
क्षमतानुपात-	2	:	3

∴ कुल 5600 रु. मजदूरी में X का हिस्सा = $5600 \times \frac{2}{(2+3)}$

$$= 5600 \times \frac{2}{5} = 1120 \times 2 \Rightarrow 2240 \text{ रु.}$$

17. A तथा B मिलकर किसी कार्य को 20 दिनों में पूरा करते हैं। B अकेला उस कार्य को 60 दिनों में पूरा कर सकता है। उन्होंने 36000 रु. में उस कार्य को लिया। A का हिस्सा (रु. में) कितना होगा ?

- (a) 18000 (b) 24000
(c) 26000 (d) 22000

उत्तर- (c)

व्याख्या -

$$A \text{ और } B \text{ का एक दिन का कार्य} = \frac{1}{20}$$

$$B \text{ का एक दिन का कार्य} = \frac{1}{60}$$

$$\therefore A \text{ का एक दिन का कार्य} = \frac{1}{20} - \frac{1}{60}$$

$$= \frac{3-1}{60} = \frac{2}{60} \Rightarrow \frac{1}{30}$$

$$\therefore A \text{ और } B \text{ का मजदूरी अनुपात} = \frac{1}{30} : \frac{1}{60}$$

$$= 2 : 1$$

∴ कुल मजदूरी में A का हिस्सा =

$$36000 \times \frac{2}{(2+1)}$$

$$= 36000 \times \frac{2}{3} \Rightarrow 24000 \text{ रु.}$$

18. P, Q दो 20% अधिक कार्यकुशल हैं। यदि Q अकेला किसी कार्य को 10 दिनों में पूरा कर सकता है, तो P अकेला उस कार्य को कितने दिनों में पूरा करेगा ?

- (a) $8\frac{1}{3}$ (b) 8.5
(c) 9 (d) 12

उत्तर- (a)

व्याख्या -

P, Q दो 20% अधिक कार्यकुशल हैं।

यदि Q, किसी कार्य को पूरा करता है = 10 दिन में

$$\therefore P, \text{ उस कार्य को पूरा करेगा} = 10 \times \frac{100}{120}$$

$$= \frac{25}{3} \Rightarrow 8\frac{1}{3} \text{ दिन में}$$

19. किसी कार्य को एक श्रद्धमी एक औरत दो दुगुनी तेजी से करता है और औरत एक लडके से दुगुनी तेजी से करती है। यदि श्रद्धमी, औरत और लडका मिलकर उस कार्य को 7 दिन में पूरा

कर सकते हैं, तो लडका झकेला उस कार्य को कितने दिन में पूरा करेगा ?

- (a) 49 (b) 7
(c) 6 (d) 42

उत्तर- (a)

व्याख्या -

माना झदमी किरली कार्य को x दिन में करता है।

झतः झौरत कार्य को $2x$ दिन में करेगी तथा

लडका कार्य को $4x$ दिन में करेगा ।

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{4x} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{4+2+1}{4x} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore 4x = 7 \times 7 \Rightarrow 49$$

\therefore लडका कार्य को $4x$ दिन में करता है।

झतः लडका कार्य को 49 दिन में समाप्त करेगा।

20. एक ठेकेदार को 16 दिन में एक शडक बनाने के लिए नियुक्त किया गया । 20 मजदूरों के साथ 12 दिन काम करने के बाद यह पता चला कि केवल $\frac{5}{8}$ शडक ही बन पाई है । निर्धारित समय में काम पूरा करने के लिए कितने झतिरिक्त मजदूरों की झावश्यकता होगी ?

- (a) 12 (b) 10
(c) 18 (d) 16

उत्तर- (a)

व्याख्या -

माना x व्यक्ति शेष काम $(16 - 12 = 4)$

दिन में करेगे झतः झौरत कार्य को $2x$ शेष काम

$$= 1 - \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} \text{ भाग}$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{M_1 D_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2}{W_2}$$

$$\frac{20 \times 12}{\frac{5}{8}} = \frac{x \times 4}{\frac{3}{8}}$$

$$\frac{20 \times 12 \times 8}{5} = \frac{x \times 4 \times 8}{3}$$

$$x = \frac{20 \times 12 \times 8 \times 3}{5 \times 4 \times 8} \Rightarrow 36 \text{ व्यक्ति}$$

\therefore झतिरिक्त लगाए गए व्यक्तियों की संख्या=

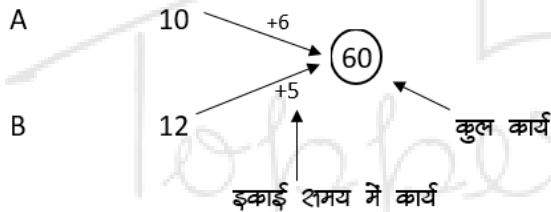
$$36 - 20 \Rightarrow 16 \text{ झदमी}$$

पाइप और टंकी Pipe & Cistern

यह श्रद्धाय कार्य-समय श्रद्धाय से मेल रखता है, वहां हमने कार्य-क्षमता के बारे में पढा था, उसी प्रकार यहां भी टंकी के भरने और खाली करने की क्षमता ठीक उसी प्रकार निकाली जाती है।

- यदि कोई नल किसी टंकी को x घण्टे में भरता है तो 1 घण्टे में भरेंगा $\frac{1}{x}$ भाग (टंकी का)
- उसी प्रकार कोई नल किसी टंकी को x घण्टे में खाली करता है तो 1 घण्टे में खाली करेगा $\frac{1}{x}$ भाग (टंकी का)

उदाहरण - दो नल किसी टंकी को क्रमशः 10 घण्टे व 12 घण्टे में भरते हैं। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिये जाये तो टंकी कितनी देर में भर जायेगी।

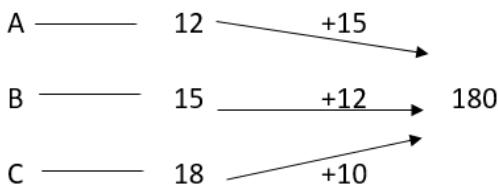


A + B इकाई समय में $6+5 = 11$ तो कुल कार्य में समय = $\frac{60}{11}$ घण्टे = $5\frac{5}{11}$ घण्टे

जब दो या दो से अधिक नल एक ही दिशा में कार्य करें (टंकी भरने का कार्य या खाली करने का कार्य)

Type - 1

Q. 1 नल A, B, C किसी टंकी को क्रमशः 12, 15, 18 घण्टे में भर सकते हैं यदि तीनों एक साथ खोल दिये जाये तो टंकी कितनी देर में भर जायेगी ?

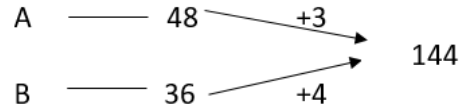


$$A+B+C \text{ एक घण्टे का कार्य} = 10+12+15 = 37$$

$$\text{कुल कार्य} = 180$$

$$\text{समय} = \frac{180}{37} = 4\frac{32}{37} \text{ घण्टे}$$

Q. 2 A, B दो नल किसी टंकी को क्रमशः 48 और 36 घण्टे में भरते हैं। यदि दोनों नल एक के बाद एक के बाद एक, एक - एक घण्टे के लिये खोले जाये तो टंकी भरने में लगा समय ज्ञात कीजिए ?



दो घण्टे में → $3+4 = 7$ कार्य, कुल कार्य = 144

$$\text{समय} = \frac{144}{7} = 20 + \frac{4}{7} \text{ जहां } \frac{4}{7} \text{ में } \frac{4}{3+4}$$

पहले एक घण्टे A कार्य करेगा - 3

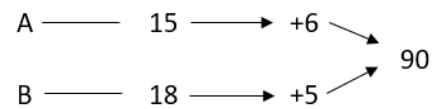
शेष कार्य 1

B कार्य करेगा $\frac{1}{4}$ घण्टे

$$\text{कुल समय} = 20 \times 2 + 1 + \frac{1}{4} = 4 \text{ घंटे } 15 \text{ मिनट}$$

(A+B) A B
1+1 = 2 घण्टे

Q. 3 यदि दो नल A, B किसी टैंक को 15 घण्टे व 18 घण्टे में भरती हैं तो यदि दोनों नल एक साथ खोल दी जाये जो कितनी देर बाद नल A को बंद किया जाए कि पूरा टैंक 12 घंटे में भर गया हो।



यहां B ने पूरे 12 घंटे कार्य किया $5 \times 12 = 60$ कार्य

शेष कार्य

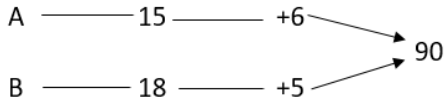
$$= 90 - 60 = 30$$

A द्वारा 30 कार्य करने में लगा समय =

$$\frac{30}{6} = 5 \text{ घण्टे}$$

अतः A को 5 घण्टे बाद बंद कर दिया जायेगा

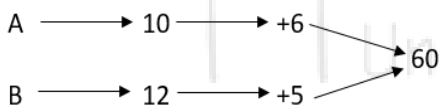
Q. 4 यदि दो नल A, B किसी टंकी को 15, 18 घण्टे में भर सकते हैं। यदि दोनों नल एक साथ खोले जायें पश्चात् A को 3 घण्टे पहले बंद कर दिया जायें तो, टंकी भरने में लगा समय ?



B ने 3 घण्टे में किया कार्य = $5 \times 3 = 15$
 शेष कार्य = $90 - 15 = 75$
 समय = $\frac{75}{11} = 6 \text{ घण्टे } \frac{9}{11} \text{ मिनट}$

कुल समय = $9 \text{ घण्टे व } \frac{9}{11} \text{ मिनट}$

Q. 5 दो नल क्रमशः 10 घण्टे व 12 घण्टे में किसी टैंक को भर सकते हैं। दोनों नल को साथ खोला गया। कुछ समय के लिये नल में खराबी आने के कारण पहले वाले नल से केवल $\frac{5}{6}$ पानी बहता है और दूसरे वाले से $\frac{3}{5}$ पानी आता है। जब खराबी को ठीक कर दिया गया है। ठीक होने के बाद टैंक 3 घण्टे में भर जाता है तो बताइये खराबी को कितनी देर बाद ठीक किया गया



आखिरी 3 घण्टे में कार्य (A+B) द्वारा = $11 \times 3 = 33$

शेष कार्य =

$60 - 33 = 27$

A की क्षमता खराबी में = $6 \times \frac{5}{6} = 5$

B की क्षमता खराबी में = $5 \times \frac{3}{5} = 3$

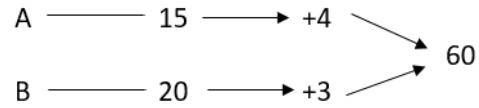
खराबी में दोनों की एक साथ क्षमता = 8

समय = $\frac{27}{8} = 3 \text{ घण्टे, } \frac{3}{8} \text{ मिनट}$

अतः खराबी को $3 \text{ घण्टे } \frac{3}{8} \text{ मिनट}$ बाद ठीक किया गया

$\frac{3}{8} \times 60 = 22.5 \text{ मिनट}$

Q. 6 यदि दो नल A, B किसी टैंक को 15 व 20 घण्टे में भरते हो पश्चात् नल खोलते समय कुछ खराबी के कारण क्षमता का क्रमशः $\frac{3}{4}$ और $\frac{2}{3}$ पानी ही बहता है फिर कुछ समय बाद नल A, B दोनों एक साथ सही हो जाते हैं। टैंक को भरने में यदि 10 घण्टे लगे हो तो नल कितने समय बाद ठीक हुए।



खराबी में नल की क्षमता $A = \frac{4}{1} \times \frac{3}{4} = 3$

$B = 3 \times \frac{2}{3} = 2$

माना नल X घण्टे के लिये खराब रहे तो
 X घण्टे में किया गया कार्य = $X(3+2) = 5X$

व सही रहते हुए किया गया कार्य = $60 - 5X$

समय = $\frac{60-5x}{7}$ (समय = $10 - x$)

तो $\frac{60-5x}{7} = 10 - x$

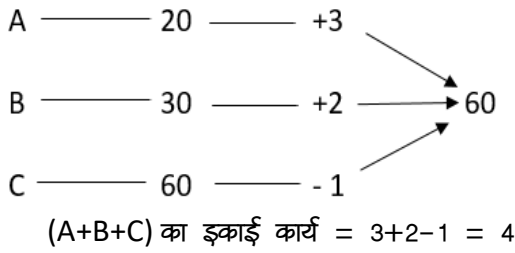
$X = 5 \text{ घण्टे}$

अतः नल 5 घण्टे तक खराब रहा।

Type 2

जब टैंक भरना और खाली दोनों कार्य हो रहे हो -

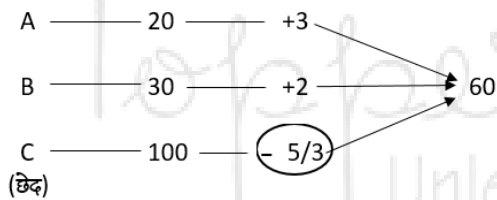
उदाहरण - पाइप A किसी टंकी को 20 मिनट में पाइप B उसे 30 मिनट में भरता है जबकि पाइप C भरी टंकी को एक घण्टे में खाली करता है। यदि खाली टंकी में तीनों नल एक साथ खोल दिये जाएं तो वह कितने मिनट में भर जायेगी ?



$$\text{कुल समय} = \frac{\text{कुल कार्य}}{\text{क्षमता}}$$

$$\frac{60}{4} = 15 \text{ मिनट में}$$

Q. 1 दो नल A और B किसी टंकी को क्रमशः 20 और 30 घण्टे में भर सकते हैं। दोनों नलों को एक साथ खोला जाता है और जब टंकी का $\frac{1}{3}$ भाग भर जाता है तो टंकी की तली में एक छेद हो जाता है जिसमें से दोनों नलों द्वारा भरे जाने वाला पानी का $\frac{1}{3}$ भाग निकलता रहता है ज्ञात करें कि टंकी को भरने में कितना समय लगेगा।



(A+B) का $\frac{1}{3}$ भाग
कुल कार्य = 60

$$\frac{1}{3} \text{ भाग} = 60 \times \frac{1}{3} = 20 \text{ भाग}$$

20 भाग को भरने में (A+B) द्वारा लगा समय
= $\frac{20}{5} = 4$ घण्टे

तथा शेष कार्य = 40 भाग

अब (A+B+C) का इकाई कार्य = 3 + 2 - $\frac{5}{3}$

$$= 5 - \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \text{ क्षमता}$$

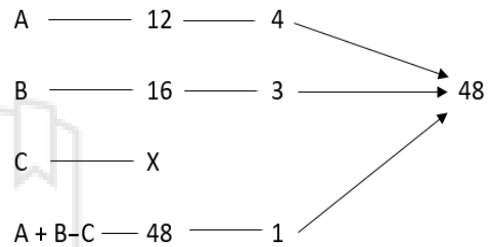
शेष कार्य को करने में लगा समय = $\frac{40}{\frac{10}{3}} \times 3 = 12$ घण्टे

कुल समय = 12 + 4 = 16 घण्टे

Type-3

टैंक क्षमता पर आधारित -

Q. 1 तीन पाइप A, B, C किसी टंकी में जोड़े हुए हैं, पाइप A, B क्रमशः 12, 16 मिनट में 3ल टंकी को भरते हैं तथा तीसरा पाइप C 50 लीटर पानी प्रति मिनट खाली करता हो अगर तीनों पाइप एक साथ खोले जाते हैं तो टंकी 48 मिनट में भर जाती है। टंकी की पानी की क्षमता बताओ



A + B - C = 1

(A+B = 7)

C = 6

C = 6 (इकाई कार्य क्षमता)

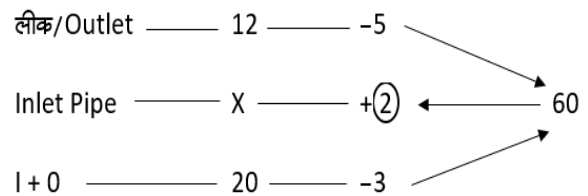
पूरी टंकी खाली करने में लगने वाला समय = $\frac{48}{6} = 8$ मिनट

पाइप C एक मिनट में 50 लीटर पानी निकालता है

तो 8 मिनट में = 8 x 50 = 400 लीटर

अतः टैंक की 400 लीटर की क्षमता है।

Q.2 एक टैंक के नीचे एक लीक, इसको 12 घण्टे में खाली कर सकता है, वही एक नल 3ले 10 लीटर/मिनट पानी से भर सकता हो दोनों नलों को एक साथ खोलने पर, टंकी 20 घण्टे में खाली हो जाती है तो टंकी की क्षमता निकालो।

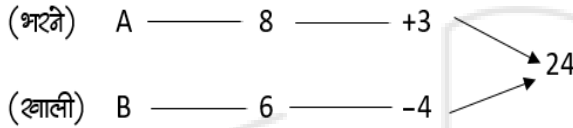


(भरने में लगा समय) $X = \frac{60}{2} = 30$ घण्टे

Inlet प्रति मिनट 10 लीटर

30 घण्टे में $30 \times 60 \times 10$
 = 18000 लीटर

Q. 3 किसी टैंक में 8 नल लगाए गए हैं, जिनमें कुछ भरने वाले हैं और कुछ निकासी वाले हैं। प्रत्येक भरने वाला नल टैंक को 8 घण्टे में भर सकता है और प्रत्येक निकासी वाला नल टैंक को 6 घण्टे में खाली कर सकता है। यदि टैंक भरा होने के बाद सभी नलों को खोल दिया जाये तो 6 घण्टे में टैंक खाली हो जाता है तो भरने वाले व खाली करने वाले नलों की संख्या



खाली करने में लगा समय = 6 घण्टे

तो 1 घण्टे में = $\frac{24}{6} = (-4)$

