



SSC - CGL

संयुक्त स्नातक स्तरीय परीक्षा

STAFF SELECTION COMMISSION

भाग - 2

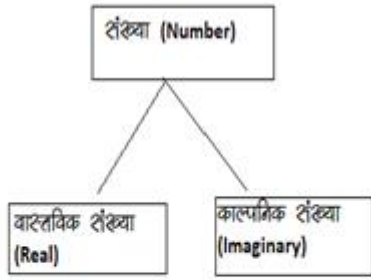
गणित



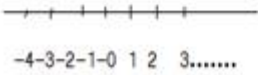
विषय सूची

अध्याय	पृष्ठ संख्या
1. संख्या पद्धति	1
2. ल.श.प. एवं म.श.प.	19
3. प्रतिशतता	28
4. लाभ - हानि	37
5. बट्टा	44
6. मिश्रण	51
7. साधारण ब्याज	60
8. चक्रवृद्धि ब्याज	70
9. सरलीकरण	77
10. अनुपात - समानुपात	87
11. आयु समस्या	99
12. कार्य और समय	105
13. श्रैशत	117
14. साझेदारी	127
15. चाल, समय और दूरी	134
16. नाव और धारा	148
17. पाइप और टंकी	154
18. क्षेत्रमिति	161
19. ज्यामिति	188
20. ऊँचाई और दूरी	232
21. बीजगणित	239
22. त्रिकोणमिति	256
23. संख्यात्मक अभियोम्यता	269

संख्या पद्धति (Number System)



जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है
number line में

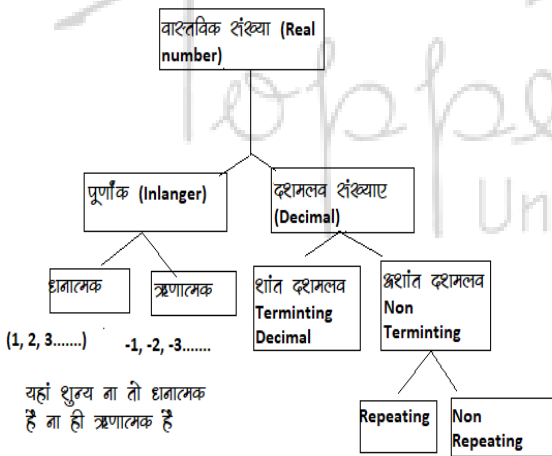


$$\sqrt{-21}, \sqrt{-1} = i$$

❖ सम्मिश्र संख्याएँ Complex Number (z)-
वास्तविक + काल्पनिक

$$Z = a + ib$$

जहां a = वास्तविक संख्या
b = काल्पनिक संख्या



शांत दशमलव:-

वह संख्याएं जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे- इसे 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

क्षशांत दशमलव:- वह संख्याएं जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं। ये दो तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

○ जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनन्त तक। इसे भिन्न में लिखा जा सकता है।

पुनरावृत्ति
Repeating

Non
Repeating
Decimal

जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति में Repeat नहीं करती।

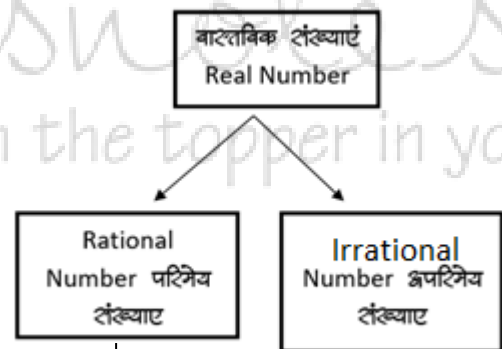
Platform में प्रदर्शित नहीं कर सकते

उदाहरण- 0.3187098312715.....

$$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \pi$$

❖ क्षशांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएं :-

- 0.3333..... = $0.\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
- 0.666..... = $0.\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- 0.387387387..... = $0.\overline{387} = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
- 0.848484..... = $0.\overline{84} = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$



P/Q form में प्रदर्शित किया जाता है
जहां q ≠ 0, P और q पूर्णांक हैं।

P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता, उदा. $\pm\sqrt{3}$, $i\pi$ etc.

❖ परिमेय (Rational) संख्याएं:- वह संख्याएं जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए

उदाहरण $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

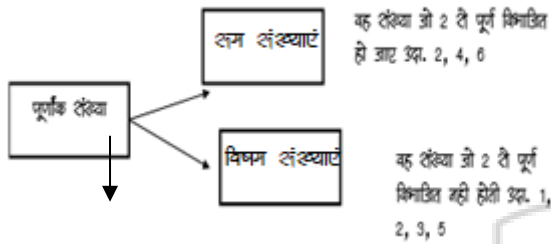
संख्या पद्धति (Number System)

❖ अपरिमित (Irrational) संख्याएं:- इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता

उदाहरण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$

❖ प्राकृतिक संख्याएं → धनात्मक संख्याएं (1, 2, 3.....)

❖ पूर्ण संख्याएं → शून्य+ धनात्मक पूर्णांक (0,1, 2, 3.....)



➤ शून्य भी सम संख्या है।

❖ सम ± सम → सम संख्या (4+6 → 10)

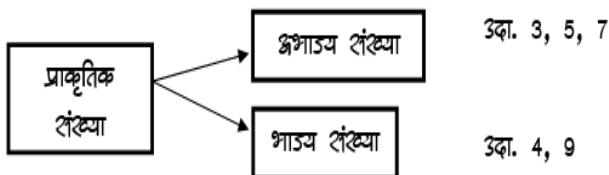
सम ± विषम → विषम संख्या (4+5 → 9)

विषम ± विषम → सम संख्या (3+5 → 8)

❖ सम X विषम → सम संख्या (2X3 → 6)

❖ सम X सम → सम संख्या (4X4 → 16)

❖ विषम X विषम → विषम संख्या (3X3 → 9)



➤ अभाज्य संख्याएं- वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे- 5 1 × 5 (only गुणनखण्ड)

➤ भाज्य संख्याएं- जो संख्याएं अभाज्य नहीं हैं यानि उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होंगे। जैसे- 9 1×3×3 (तीन गुणनखण्ड)

➤ शून्य ना तो भाज्य ना ही अभाज्य संख्या होती है।

➤ अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers)- जिसके सिर्फ दो form हो- 1 × संख्या

जैसे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

जहां 1 Prime Number नहीं है।

2 केवल सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

➤ सह अभाज्य संख्याएं- वह संख्याएं जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

➤ Perfect Number परफेक्ट संख्या:- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

Ex. 6 → 1, 2, 3 यहां → 1+2+3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1+2+4+7 → 28

➤ प्रत्यक्ष मान और स्थानीय मान:-

Ex. 24175321

यहां 7 → का प्रत्यक्ष मान → 7 होगा

स्थानीय मान → 70000 होगा

अंक के बाद जितनी शंको की संख्या उतने शून्य रख दो।

इकाई का अंक (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बड़ी होने पर इकाई का अंक होगा-

$$(__ 0)^n - 0$$

$$(__ 1)^n - 1$$

$$(__ 5)^n - 5$$

$$(__ 6)^n - 6$$

उदाहरण. $5^{420} + 6^{538}$

अतः → _____ (5+6) = _____ 1 Unit digit

And:-

$$(__ 4)^n \quad n = \text{odd number तब } 4 \text{ (इकाई)}$$

$$(__ 4)^n \quad n = \text{even number तब } 6 \text{ (इकाई)}$$

$$(__ 9)^n \text{ जहां } (n = \text{विषम}) \rightarrow 9$$

$$(__ 9)^n \text{ जहां } (n = \text{सम}) \rightarrow 1$$

उदाहरण:- $(9)^{134} + (4)^{111} \rightarrow 1 + 4 = \text{होगा}$

संख्या पद्धति (Number System)

Ans:-

$(2,3,7,8)^n$ इसमें चार तरह के उत्तर हो सकते हैं।

1. $\frac{n}{4} = 1$ शेषफल क्रमशः (2,3,7,8)
2. $\frac{n}{4} = 2$ शेषफल क्रमशः (4,9,9,9)
3. $\frac{n}{4} = 3$ शेषफल क्रमशः (8,7,3,2)
4. $\frac{n}{4} = 0$ शेषफल क्रमशः (6,1,1,6)

उदाहरण:-

$$(259)^{146} - (123)^{43}$$

$$(9)^{146} - (3)^{43}$$

$$1 - (3)^3$$

$$1 - 7 = 6 \text{ or } -6 + 10 = 4 \quad (\text{unit digit})$$

➤ भाज्यता के नियम:- निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं

2 → जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण भाजित हो तो संख्या भी पूर्ण विभाजित हो सकती है।

4 → आखिरी दो अंक 4 से भाजित होनी चाहिए।

8 → आखिरी तीन अंक 8 से भाजित होने चाहिए।

16 → आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए।

उदाहरण:-

संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नहीं-

28754 में आखिरी अंक = $\frac{4}{2} = 2$ बार पूर्ण विभाजित है।

अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी।

3 → संख्या के सभी अंकों का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

9 → संख्या के सभी अंकों का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

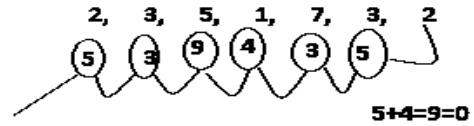
उदाहरण:-1

संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल होगा

$$\frac{2351732}{9} \rightarrow \text{Digit sum- } 2 + 3 + 5 + 1 + 7 +$$

$$3 + 2 = \frac{23}{9} = 5 \text{ शेषफल}$$

Digit sum → किसी संख्या के Digit (अंको) को जोड़ना जहां Sum (9=0) होता है।



5 Digit Sum

5 → आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 → 2×3 (सह अभाज्य संख्या)

→ 2 से भाजकता का नियम देखता है

→ 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है।

उदाहरण:-

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नहीं जांच करी-

हम जानते हैं $18 \rightarrow 9 \times 2$

संख्या का digit sum

इसे भाजकता, जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो

9 से विभाजित हो

अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➤ (7, 11, 13)

7, 11, 13 → संख्या का पीछे से 3-3 का जोड़ा बनायेंगे फिर उन जोड़ों का अंतर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए तो वे संख्याएँ 7, 11, 13 से विभाजित होगी।

11 → दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंकों का जोड़, विषम स्थान पर अंकों के जोड़ का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण भाजित होगी।

7 → संख्या का आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देंगे, उत्तर अगर 7 से भाजित है तो संख्या भी होगी।

➤ यदि एक संख्या $467x893$ है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

संख्या पद्धति (Number System)

3 के लिए:- हम जानते हैं कि संख्या के सभी अंकों का योग यदि 3 से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

$$467x893$$

$$4+6+7+x+8+9+3 \rightarrow \frac{37+x}{3}$$

$$= \frac{1+x}{3} \text{ यहां } x \rightarrow 2, 5, 8 \text{ हो सकते हैं।}$$

अतः x के मान संभव हैं- 2, 5, 8

➤ यदि संख्या $875x321$ है जो 9 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

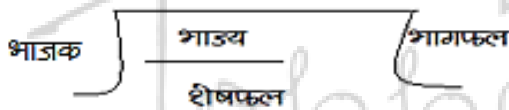
$$875x321$$

$$\text{digit sum} \rightarrow \frac{8+x}{9} \rightarrow x \text{ के मान संभव हैं।}$$

1 मान संभव है।

शेषफल प्रमेय

हम जानते हैं कि जब हम किसी संख्या में किसी संख्या का भाग लगाते हैं तो



$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

उदाहरण:-

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 51} \\ \underline{50} \\ 1 \end{array}$$

अतः $51 = 5 \times 10 + 1$ जहां 1 शेषफल है।

➤ शेषफल होगा भाजक से छोटा होता है।

$$\begin{array}{l} \text{अगर } \frac{51}{5} \rightarrow 5 \times 10 + 1 \text{ धनात्मक शेषफल} \\ \phantom{\text{अगर }} \rightarrow 5 \times 11 - 4 \text{ ऋणात्मक शेषफल} \end{array}$$

इसी प्रकार शेषफलों का जोड़ा

$$(1) \frac{70+40}{13} = 6 \text{ शेषफल} \quad \text{or} \quad \frac{5-12}{13} = \frac{-7}{13} = \frac{-7}{6}$$

$$(2) \frac{8+1}{13} = \frac{-7}{13} = \frac{-7}{6} \quad \text{or} \quad \frac{-8-12}{13} = \frac{-20}{13} = \frac{-7}{6}$$

• शेषफलों का गुणा -

$$\frac{80 \times 105}{11} = \frac{3 \times 6}{11} = \frac{18}{11} = 7 \text{ शेषफल}$$

$$\frac{3 \times 5}{11} = \frac{-15}{11} = 7$$

$$\frac{-8 \times 5}{11} = \frac{-40}{11} = -4 + 11 = 7$$

$$\frac{-8 \times 6}{11} = \frac{-48}{11} = -4 + 11 = 7$$

❖ Fermat Theorem: $\frac{x^{p-1}}{p}$ जहां P एक prime number (x,p) सह अभाज्य संख्याएं Coprime number $\frac{x^{p-1}}{p} = 1$ शेषफल HCF (x,p)= 1

उदाहरण:-

$$\frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{p} = 1 \text{ शेषफल}$$

$$\frac{64^{30}}{31} = 1 \text{ शेषफल होगा}$$

❖ 1.

$$\frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} \times 4^7$$

$$\frac{1 \times 4^7}{17} = \frac{4 \times 16 \times 16 \times 16}{17} = 4 \text{ or } 13$$

Type-II बड़ी घात को टुकड़ों में तोड़कर

$$\frac{ax+k^n}{a} = k^n \text{ (शेषफल)}$$

$$\frac{ax+k^n}{a} = (-k)^n \text{ (शेषफल)}$$

उदाहरण:-

$$1. \frac{(25)^9}{24} = \frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 = \text{शेषफल}$$

$$2. \frac{(39)^{25}}{40} = \frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1 \text{ शेषफल या } 39 \text{ होगा}$$

संख्या पद्धति (Number System)

जैसे को 7^{101} 48 में विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा-

$$\rightarrow \frac{(7)^{101}}{48} = \frac{(7^2)^{50} \cdot 7}{48}$$

$$= \frac{49^{50} \times 7}{48}$$

$$= \frac{1^{50} \cdot 7}{48} = 7 \text{ शेषफल}$$

Note $\frac{4^n}{6}$ format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा, ($n > 0$)

पूर्ण वर्ग संख्या:-



Unit digit वर्ग के हो सकते हैं-

जो नहीं हो सकते

- 0 2 —
- 1 3 —
- 4 7 —
- 5 or 25 8 —
- 6
- 9

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे

नोट:- अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी-

1. 21904
2. 22903
3. 21917
4. 35405

व्याख्या:- यहाँ unit digit किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के अंतिम दो अंक में 5 आ सकता है लेकिन अकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो की 148 का वर्ग है।

Q. 1 एक बगीचे में कुल 36562 गमले हैं उन गमलों की सजावट कर वर्ग बनाना है। तो बताइये इनमें से कितने गमले हटाये जाये की में पूर्ण बना लेंगे।

- (a) 36 (b) 65 (c) 81 (d) 97

हल - 36562 में से

- (1) 36 घटाने पर, 26 अंतिम में आता है जो किसी भी वर्ग में नहीं होता।
- (2) 65 घटाने पर, 97 जो किसी भी वर्ग में नहीं आता
- (3) 81 घटाने पर, यही सही उत्तर होगा।
- (4) 97 घटाने पर, 65 किसी के अंतिम दो अंक में भी आता है हमेशा।

Q. 2 पूर्ण वर्ग संख्या कौनसी होगी -

- (A) 17343 - 3 किसी भी वर्ग के अंत में नहीं होता x
 (B) 987235 - 5 से पहले हमेशा 2 होता है x
 (C) 976366 - 6 से पहले हमेशा विषम संख्या होती है किसी वर्ग में x

(D) 106276 - यह सही होगी।

Binary and decimal में बदलना

Binary संख्या पद्धति Decimal संख्या पद्धति

B → D	1 11 "
0 → 0	2 12 "
1 → 1	3 13 "
10 → 2	4 14 "
11 → 3	5 15 "
100 → 4	6 16 "
101 → 5	7 17 "
110 → 6	8 18 "
111 → 7	9 19 "
1000 → 8	10 20 "

संख्या पद्धति (Number System)

$$1001 \rightarrow 9$$

$$1010 \rightarrow 10$$

Decimal से Binary में बदलना

(51) को Decimal से Binary में बदलना -

2	51	1	Remain
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	

$$= (110011)_2$$

Q. 1 101 को Binary संख्या पद्धति में प्रदर्शित कीजिए

2	101	1	↑
2	50	0	
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	
	1		

$$= (1100101)_2$$

Binary से Decimal में बदलना -

दी गयी संख्या को इकाई श्रृंखला से 2^0 से बढ़ते क्रम में गुणा का योग करते हैं -

$$\text{जैसे - } (1100101)_2 \rightarrow (?)_{10}$$

$$\text{यहां } (1100101)_2 \rightarrow$$

$$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

4th place 5th place 2nd place 1st place

$$= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101 \text{ Ans.}$$

$$\text{Q. 2 } (1101)_2 \rightarrow (?)_{10}$$

$$= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

गणितीय संक्रियाएं

योगफल तथा अंतर पर आधारित



Q.1 यदि किसी संख्या में 21 को जोड़ा जाए, तो वह अपनी तिगुनी संख्या से 7 कम हो जाती है। तदनुसार वह संख्या कितनी है ?

- (a) 14 (b) 16
(c) 18 (d) 19

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$3x - 7 = x + 21$$

$$3x - x = 21 + 7$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2} \Rightarrow 14$$

Q. 2 यदि किसी संख्या में $\frac{1}{2}$ जोड़ा दिया जाए और फिर उस योगफल को 3 से गुणा किया जाए, तो उत्तर 21 प्राप्त होता है। संख्या बताइए ?

- (a) 6.5 (b) 5.5
(c) 4.5 (d) -6.5

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$\left(x + \frac{1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$\left(\frac{2x + 1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$2x + 1 = 7 \times 2$$

$$2x = 14 - 1 \Rightarrow 13$$

$$x = \frac{13}{2} \Rightarrow 6.5$$

Q.3 किसी संख्या का में 50% को 50 में जोड़ने पर वह उसी संख्या के बराबर हो जाता है। वह संख्या है-

- (a) 50 (b) 100
(c) 150 (d) 75

उत्तर - (b)
व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } 50\% + 50 = x$$

$$x \times \frac{50}{100} + 50 = x$$

$$x - \frac{x}{2} = 50$$

$$\frac{x}{2} = 50$$

$$\therefore x = 100$$

Q. 4 दो शंकों वाली एक संख्या और उसके शंक उल्ट देने पर प्राप्त होने वाली संख्या का योग एक वर्ग संख्या है। तदनुसार इस प्रकार की कुल संख्याएं कितनी हैं ?

- (a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 8

उत्तर - (d)
व्याख्या -

माना दो शंकों वाली संख्या का इकाई शंक y तथा दहाई शंक x है।

$$\text{इसलिए संख्या} = 1x + y$$

$$\text{संख्या के शंक उलटने पर बनी संख्या} = 10y + x$$

प्रश्नानुसार

$$(10x + y) = +(10y + x) = \text{वर्ग संख्या}$$

$$11x + 11y = \text{वर्ग संख्या}$$

$$11(x + y) = \text{वर्ग संख्या}$$

यदि $x + y = 11$ रखा जाए तब प्राप्त संख्या, वर्ग संख्या होगी

$$\text{अतः } x + y = 11$$

यदि $x + y = 11$ तब इस प्रकार बनी कुल संख्याएं निम्न हैं

$$x = 1, y = 10 \quad x = 10, y = 1$$

$$x = 2, y = 9 \quad x = 9, y = 2$$

$$x = 3, y = 8 \quad x = 8, y = 3$$

$$x = 4, y = 7 \quad x = 7, y = 4$$

$$x = 5, y = 6 \quad x = 6, y = 5$$

उपरोक्त प्रश्न के अनुसार, कुल 10 संख्याएं बनती हैं

परंतु प्रथम जोडा $x = 1, y = 10$ तथा $x = 1, y = 10$ प्रश्न की शर्तों को संतुष्ट नहीं करता है

। अतः इस प्रकार बनी कुल संख्याएं 8 होगी जो निम्नलिखित होंगी- 29,38,47,56 तथा

$$92,83,74,65$$

Q. 5 यदि दो संख्याओं के योग का उन संख्याओं से अलग-अलग गुणा किया जाए, तो गुणनफल क्रमशः 247 तथा 114 आता है। तदनुसार उन संख्याओं का योगफल कितना है ?

- (a) 19 (b) 20
(c) 21 (d) 23

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या x एवं y है।

तब पहली शर्त से-

$$x(x + y) = 247 \dots\dots(i)$$

दूसरी शर्त से-

$$y(x + y) = 114$$

$$\text{या } (x + y) = \frac{114}{y} \dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) से $(x + y)$ का मान समीकरण

(ii) में रखने पर-

$$x \times \frac{114}{y} = 247$$

$$\frac{x}{y} = \frac{247}{114} = \frac{13}{6}$$

$$x + y = 13 + 6 = 19$$

गुणा पर आधारित संक्रियाएं

Q. 6 तीन संख्याओं का अनुपात 3 : 6 : 8 है। यदि उनका गुणनफल 9216 है, तो तीनों संख्याओं का योग क्या है ?

- (a) 96 (b) 72
(c) 144 (d) 68

उत्तर - (d)
व्याख्या -

माना तीनों संख्याएं क्रमशः $3x, 6x$ एवं $8x$ हैं

$$\therefore 3x \times 6x \times 8x = 9216$$

$$x^3 = \frac{9216}{144} \Rightarrow 64$$

$$x^3 = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} \Rightarrow 4$$

अतः तीनों संख्याओं का योग = $3x + 6x + 8x$

$$= 17x$$

$$= 17 \times 4 \Rightarrow 68$$

Q. 7 किसी संख्या का में $\frac{4}{5}$ भाग उसके $\frac{3}{4}$ से 8 अधिक हो, तो संख्या क्या है ?

- (a) 130 (b) 120
(c) 160 (d) 150

उत्तर - (c)
व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } \frac{4}{5} = x \text{ का } \frac{3}{4} + 8$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3x}{4} + 8$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 8$$

$$\therefore x = 20 \times 8 \Rightarrow 160$$

Q. 8 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा

- (a) 1350 (b) 1250
(c) 1000 (d) 125

उत्तर - (b)
व्याख्या -

माना बड़ी संख्या x तथा छोटी संख्या y है।

$$\therefore x + y = 75 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{तथा } x - y = 25 \dots\dots\dots (ii)$$

$2x = 100$ (समी. (i) एवं समी. (ii) को जोड़ने पर)

$$x = 50$$

x का मान समी. (i) में रखने पर

$$50 + y = 75$$

$$y = 75 - 50 = 25$$

$$\text{अतः दोनों संख्याओं का गुणनफल} = xy \\ = 50 \times 25 \Rightarrow 1250$$

भागफल पर आधारित संक्रियाएं

Q. 9 150 को दो हिस्सों में विभाजित करें, जिससे कि उन दोनों के आपसपरिक (reciprocal) का योग $\frac{3}{112}$ हो। दोनों हिस्सों की गणना करें-

- (a) 50, 90 (b) 70, 80
(c) 60, 90 (d) 50, 100

उत्तर - (b)
व्याख्या -

माना पहला हिस्सा x है, तो दूसरा हिस्सा $(150 - x)$ होगा

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{(150 - x)} = \frac{3}{112}$$

$$\frac{150 - x + x}{x(150 - x)} = \frac{3}{112}$$

$$3x(150 - x) = 150 \times 112$$

$$150x - x^2 = \frac{150 \times 112}{3}$$

$$x^2 - 150x + 5600 = 0$$

$$x^2 - 70x - 80x + 5600 = 0$$

$$x(x - 70) - 80(x - 70) = 0$$

$$(x - 80)(x - 70) = 0$$

$$x = 80 \text{ या } 70$$

यदि पहला हिस्सा = 80 तथा दूसरा हिस्सा =
150 - 80 \Rightarrow 70

यदि पहला हिस्सा = 70 तब दूसरा हिस्सा =
150 - 70 \Rightarrow 80

Q. 10 $\frac{3.25 \times 3.25 + 1.75 \times 1.75 - 2 \times 3.25 \times 1.75}{3.25 \times 3.25 - 1.75 \times 1.75}$ को
सरल करने पर प्राप्त होता है-

- (a) 0.5 (b) 0.4
(c) 0.3 (d) 0.2

उत्तर - (c)
व्याख्या -

माना $a = 3.25$ तथा $b = 1.75$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{(a - b)^2}{(a + b)(a - b)}$$

$$= \frac{a - b}{a + b}$$

$$= \frac{3.25 - 1.75}{3.25 + 1.75}$$

$$= \frac{1.5}{5} = 0.3$$

Q. 11 यदि $1.5a = 0.04b$ हो, तो $\frac{b-a}{b+a}$ बराबर
होगा-

- (a) $\frac{73}{77}$ (b) $\frac{77}{33}$
(c) $\frac{2}{75}$ (d) $\frac{75}{2}$

उत्तर - (a)
व्याख्या -

दिया है $1.5a = 0.04b$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{0.04}{1.5} = \frac{2}{75}$$

$$\text{अतः } \frac{b-a}{b+a} = \frac{75-2}{75+2} \Rightarrow \frac{73}{77}$$

Type 1

साधारण प्रश्न



Q. 1 60 तथा 80 के बीच श्रमे वाली सभी श्रमाज्य
संख्याओं का योग कितना है ?

- (a) 272 (b) 284
(c) 351 (d) 414

उत्तर - (c)

व्याख्या -

60 तथा 80 के बीच श्रमे वाली सभी श्रमाज्य
संख्याओं (Prime Numbers) का योग = 61 +
67 + 71 + 73 + 79 \Rightarrow 351

Q. 2 5 से विभाज्य तीन क्रमागत प्राकृत संख्याओं का
योग 225 है। उनमें सबसे बड़ी संख्या कौन-सी
है ?

- (a) 85 (b) 75
(c) 70 (d) 80

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीन क्रमागत संख्याएं $x, x + 5 + 10$
हैं

प्रश्नानुसार

$$x + x + 5 + x + 10 = 225$$

$$3x = 225 - 15$$

$$3x = 210$$

$$x = \frac{210}{3} \Rightarrow 70$$

$$\therefore \text{बड़ी संख्या} = x + 10$$

$$= 70 + 10$$

$$= 80$$

Q. 3 5 क्रमिक विषम घनात्मक पूर्णांक का औसत 9
है। उनमें से सबसे छोटा क्या है ?

- (a) 5 (b) 3
(c) 1 (d) 7

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना 5 क्रमिक विषम घनात्मक पूर्णांक $x, x + 2, x + 4, x + 6$ और $x + 8$ हैं।

प्रश्नानुसार

$$\frac{x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + x + 8}{5} = 9$$

$$\therefore 5x + 20 = 25$$

$$\therefore 5x = 25$$

$$\therefore x = 5$$

\therefore सबसे छोटा घन पूर्णांक 5 है।

Q. 4 सभी एक शंक, दो शंकों तथा तीन शंकों वाली प्राकृतिक संख्याओं का श्रैत क्या है ?

- (a) 300 (b) 500
(c) 1000 (d) 1250

उत्तर - (b)

व्याख्या -

सभी 1 शंक, 2 शंक एवं शंक की कुल संख्याएं 1, 2,.....11, 12,..... 998, 999 होगी।

\therefore इन सभी संख्याओं का श्रैत = प्रथम संख्या + श्रैत संख्या 2

$$= \frac{1+999}{2} = \frac{1000}{2} \Rightarrow 500$$

Q. 5 तीन क्रमागत पूर्णांकों का योग 51 है। बीच वाली संख्या क्या होगी ?

- (a) 14 (b) 15
(c) 16 (d) 17

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीन क्रमागत पूर्णांक क्रमशः $x, x + 1, x + 2$ हैं।

प्रश्नानुसार

$$x + x + 1 + x + 2 = 51$$

$$3x + 3 = 51$$

$$3x = 48$$

$$x = \frac{48}{3} \Rightarrow 16$$

$$\text{बीच वाली संख्या} = x + 1 = 16 + 1 = 17$$

Q. 6 यदि तीन क्रमागत प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योगफल 110 हो, तो उनमें से सबसे छोटी प्राकृत संख्या होगी-

- (a) 8 (b) 6
(c) 7 (d) 5

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीन क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं में सबसे छोटी प्राकृत संख्या a है।

\therefore प्रश्न से-

$$a^2 + (a + 1)^2 + (a + 2)^2 = 110$$

$$a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = 110$$

$$3a^2 + 6a = 110 - 5$$

$$3a^2 + 6a = 105$$

$$a^2 + 2a - 35 = 0$$

$$a^2 + 7a - 5a - 35 = 0$$

$$(a + 7)(a - 5) = 0$$

यदि $a + 7 = 0$ तब $a = -7$ (जो संभव नहीं है)

अब $a - 5 = 0$ तब $a = 5$

Q. 7 चार शंकों की वह सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है, जो पूर्ण वर्ग भी है ?

- (a) 9999 (b) 9909
(c) 9801 (d) 9081

उत्तर - (c)

व्याख्या -

दिए गए विकल्पों में 9801 एक पूर्ण वर्ग संख्या है, जो कि 99 का वर्ग है, जबकि अन्य सभी संख्याएं पूर्ण वर्ग संख्याएं नहीं हैं। इसलिए अभीष्ट उत्तर विकल्प (c) होगा।

Q. 8 निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्ण वर्ग का इकाई शंक नहीं हो सकता है ?

- (a) 4 (b) 6

(c) 8

(d) 9

उत्तर - (c)
व्याख्या -

यदि किसी संख्या का इकाई अंक 2, 3, 7 और 8 हो, तो वह पूर्ण वर्ग नहीं हो सकती है

अतः दिए गए विकल्प (c) में 8 ऐसी संख्या है, जो पूर्ण वर्ग का इकाई अंक नहीं हो सकती है।

Type 2

गुणनफल का इकाई अंक निकालना



Q. 9 1 से 200 के बीच ऐसी कितनी संख्याएं हैं, जो 3 से तो विभाजित होती हैं लेकिन 7 से नहीं ?
(a) 38 (b) 45
(c) 57 (d) 66

उत्तर - (c)
व्याख्या -

1 से 200 तक 3 से विभाजित होने वाली संख्याएं-
3, 6, 9, 12, 15, 198

$$\therefore 198 = 3 + (n - 1).3 \Rightarrow \frac{195}{3} = n - 1$$

$$\therefore n = 65 + 1 \Rightarrow$$

तथा 21 (3 एवं 7 का ल.स.) से विभाजित होने वाली संख्याएं 21, 42, 63,189

$$\therefore 189 = 21 + (n' - 1).21$$

$$(n' - 1) = \frac{168}{21} \Rightarrow 8$$

$$\therefore n' = 8 + 1 \Rightarrow 9$$

अतः सिर्फ 3 से विभाजित होने वाली संख्याएं, जो 7 से विभाजित नहीं हैं $= n - n' =$

$$66 - 9 \Rightarrow 57$$

Q. 10 निम्नलिखित के गुणनफलों में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए -

$$756 \times 938 \times 872$$

(a) 4 (b) 6
(c) 8 (d) 9

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$6 \times 8 \times 2 = 96 \text{ अतः गुणनफल में इकाई का अंक} = 6$$

Q. 11 निम्नलिखित के गुणनफलों में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए -

$$938 \times 845 \times 384 \times 212$$

(a) 1 (b) 3
(c) 0 (d) 4

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$8 \times 5 \times 4 \times 2 = 320 \text{ अतः गुणनफल में इकाई का अंक} = 0$$

Type 3

भाज्यता (2,4,8,16)



Q. 12 यदि 18^*4 , 4 से भाज्य हो तो * के स्थान पर छोटा से छोटा अंक क्या होगा ?

(a) 1 (b) 2
(c) 0 (d) 3

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$*4 = 4$ से भाज्य संख्या अतः * का छोटा से छोटा मान = 0

Q. 13 यदि 8 से विभाजित होने वाली कोई संख्या 524^* हो तो * के स्थान पर छोटा से छोटा अंक क्या होगा ?

- (a) 0 (b) 2
(c) 1 (d) 4

उत्तर - (a)
व्याख्या -

*4 = 4 से भाज्य संख्या अतः * का छोटा से छोटा मान = 0

Type 4

भाज्यता (3,9)



Q. 14 1 से 200 के बीच ऐसी कितनी संख्याएं हैं, जो 3 से तो विभाजित होती हैं लेकिन 7 से नहीं ?

- (a) 38 (b) 45
(c) 57 (d) 66

उत्तर - (c)
व्याख्या -

1 से 200 तक 3 से विभाजित होने वाली संख्याएं

3, 6, 9, 12, 15..... 198

$$\therefore 198 = 3 + (n - 1) \cdot 3 = \frac{195}{3} = n - 1$$

$$\therefore n = 65 + 1 = 66$$

तथा 21 (3 एवं 7 का ल.सं.) से विभाजित होने वाली संख्याएं -

21, 42, 63, 189

$$\therefore 189 = 21 + (n' - 1) \cdot 21$$

Q. 15 यदि 72×72 को 9 के द्वारा विभाजित किया जा सकता हो, तो लुप्त * का अंक कौन-सा होगा ?

- (a) 3 या 6 (b) 2 या 4
(c) 5 या 8 (d) 0 या 9

उत्तर - (d)
व्याख्या -

संख्या 9 से ऐसी संख्याएं विभाजित होंगी जिनके अंकों का योग संख्या 9 से विभाजित होगा।

$$\text{अर्थात् } 7 + 2 + * + 7 + 2 = 18 + *$$

अतः यदि * = 0 या 9 हो तो संख्या 9 से पूर्णतया विभाजित होगी।

Type 5

भाज्यता (5,10,15,25,125)



Q. 16 3^{21} को 5 विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा ?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$3^{21} = 3^{16+5}$$

$$\text{अब } 3^5 = 243$$

अब 243 को 5 से भाग देने पर शेषफल 3 प्राप्त होता है। अतः 3^{21} को भी पांच से भाग देने पर शेषफल 3 प्राप्त होगा।

Q. 17 जब 'n' को 5 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 2 आता है। तदनुसार n^2 को 5 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा ?

- (a) 2 (b) 3
(c) 1 (d) 4

उत्तर - (d)
व्याख्या -

माना $n = 5k + 2$

अतः प्रश्नानुसार $\frac{n}{5}$ या $\frac{7}{5}$ करने पर शेषफल 2 आता है

अतः $\frac{n^2}{5}$ करने पर

$$\frac{7^2}{5} = \frac{49}{5} = 9 \text{ भागफल तथा शेषफल } 4$$

तथा $n = 12$ रखने पर

$$\frac{n^2}{5} = \frac{144}{5}$$

= 28 भागफल 4 शेषफल

Type 6

भाज्यता (क्रम्य संख्या)



Q. 18 7251 को 66 से विभाजित करने पर प्राप्त होने वाला भागफल क्या है ?

- (a) 110 (b) 109
(c) 111 (d) 112

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$66)7251(109$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ \underline{651} \\ 594 \\ \underline{57} \end{array}$$

इस प्रकार 7251 को 66 से विभाजित करने पर भागफल 109 तथा शेषफल 57 प्राप्त होगा अतः विकल्प (b) अभीष्ट होगा।

Q. 19 यदि $46N, 18$ से विभाजित होती है, तो N का मान क्या होगा ?

- (a) 2 (b) 4
(c) 7 (d) 8

उत्तर - (d)
व्याख्या -

$$18)46N(26$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \underline{36} \\ 10N \end{array}$$

$$\frac{108}{2}$$

$$\frac{2}{2}$$

अतः उपर्युक्त व्याख्या से स्पष्ट है कि दी हुई संख्या 18 से तभी विभाजित होगी जब N के स्थान पर 8 होगा।

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Q. 20 8961 में कौनसी लघुतम संख्या जोड़ें कि वह 84 से पूर्णतः विभाज्य हो जाए ?

- (a) 27 (b) 57
(c) 141 (d) 107

उत्तर - (a)
व्याख्या -

8961 में 84 से भाग देने पर भागफल 106 तथा शेषफल 57 है। अब यदि भाजक में से शेषफल घटा दिया जाए तब वह लघुतम संख्या प्राप्त हो जाएगी।

$$\therefore 84 - 57 = 27$$

अतः 27 वह लघुतम संख्या है जिसे 8961 में जोड़ने पर वह 84 से पूर्णतः विभाज्य हो जाएगी।

Type 7

भाज्यता (7, 11, 13)



Q. 21 3401 में से कौन-सी न्यूनतम संख्या घटाई जानी चाहिए, ताकि वह 11 से पूर्णतः विभाज्य हो ?

- (a) 3 (b) 1
(c) 2 (d) 0

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$11)3401(309$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \underline{101} \\ 99 \\ \underline{99} \\ 2 \end{array}$$

अतः घटाई जाने वाली अभीष्ट संख्या 2 होगी।

Q. 22 यदि $56M4, 11$ से पूर्णतः विभाजित होता है, तो M का मान क्या है ?

- (a) 0
(c) 3

- (b) 1
(d) 5

उत्तर - (d)
व्याख्या -

कोई संख्या 11 से विभाज्य होगी, यदि सम स्थानों के अंकों के योग तथा विषम स्थानों के अंकों के योग का अंतर शून्य या 11 का अपवर्त्य हो

$$\therefore (5 + M) - (6 + 4) = 0 \text{ या } 11$$

$$5 + M = 10$$

$$M = 10 - 5 = 5$$

Type 8

घातांक का इकाई अंक निकालना (0,1,5,6)
(4,9) (2,3,7,8)



- Q. 23 निम्नलिखित घातांकीय संख्याओं में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए -
(1570)⁶⁷ ?
(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 0

उत्तर - (d)
व्याख्या -

$$(1570)^{67} \text{ में इकाई का अंक} = 0$$

- Q. 24 निम्नलिखित घातांकीय संख्याओं में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए -
(781)⁸⁰ ?
(a) 1 (b) 5
(c) 7 (d) 0

उत्तर - (a)
व्याख्या -

$$(781)^{80} \text{ में इकाई का अंक} = 1$$

- Q. 25 गुणनफल (2467)¹⁵³ × (341)⁷² में यूनिट अंक क्या है ?
(a) 1 (b) 3

- (c) 7

- (d) 9

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$\begin{aligned} &\text{दी गई संख्या} \\ &= (2467)^{153} \times (341)^{72} \\ &\text{इकाई का अंक का गुणनफल} \\ &= (7)^{153} \times (1)^{72} \\ &= (7)^{38 \times 4 + 1} \times (1)^{72} \\ &(\because \text{किसी भी संख्या के घातांक में 4 के गुणज के बाद संख्या पूर्ववर्ती इकाई अंक होती है।}) \\ &= 7 \times 1 = 7 \text{ (इकाई का अंक)} \end{aligned}$$

Type 9

वर्ग तथा घनों का योगांतर



- Q. 26 श्रेणी 1 + 2 + 3 + 4 + 998 + 999 + 1000 का योग है-
(a) 5050 (b) 500500
(c) 550000 (d) 55000

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n) \text{ का योग} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore 1 + 2 + 3 + \dots + 1000 \text{ का योग} = \frac{1000(1000+1)}{2} = \frac{1000 \times 1001}{2} = 500500$$

- Q. 27 प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का औसत क्या है ?
(a) 55.5 (b) 45.6
(c) 38.5 (d) 40.5

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$\text{माना } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\therefore \text{प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग} = \frac{10(10+1)(2 \times 10 + 1)}{6}$$

$$= \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$= 35 \times 11 \Rightarrow 385$$

∴ प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों को

$$\text{योग} = \frac{385}{10} \Rightarrow 38.5$$

Q. 28 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 14^2$ का मान क्या है

- (a) 1050 (b) 1015
(c) 1105 (d) 1225

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 =$$

$$\frac{2(n+1)(2n+1)}{6} \text{ सूत्र}$$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 14^2$$

$$= \frac{14(14+1)(28+1)}{6}$$

$$= \frac{14 \times 15 \times 29}{6}$$

$$35 \times 29 \Rightarrow 1015$$

Q. 29 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$ का मान क्या है

- (a) 5500 (b) 3025
(c) 6025 (d) 2975

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

सूत्र

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$$

$$= \left(\frac{10(10+1)}{2}\right)^2$$

$$= (5 \times 11)^2 = (55)^2 \Rightarrow 3025$$

Type 10

स्थानीय मान तथा

प्रत्यक्ष मान श्राधारित



Q. 30 दो अंकों वाली एक संख्या और उन अंकों के योग से प्राप्त संख्या का अनुपात 4 : 1 है। तदनुसार, यदि उस संख्या में इकाई वाला अंक दहाई वाले अंक से 3 ज्यादा हो, तो वह संख्या कितनी है

- (a) 47 (b) 69
(c) 36 (d) 25

उत्तर - (c)

व्याख्या -

माना दहाई का अंक x है।

∴ प्रश्न से इकाई का अंक $= x + 3$

∴ दो अंकों की संख्या $= 10x + (x + 3)$

∴ प्रश्नानुसार $\frac{10x+(x+3)}{x+(x+3)} = \frac{4}{1}$

$$\frac{11x+3}{2x+3} = \frac{4}{1}$$

$$\therefore 11x + 3 = 8x + 12$$

$$\therefore 3x = 9$$

इकाई का अंक $= x + 3$

$$= 3 + 3 \Rightarrow 6$$

∴ अभीष्ट संख्या $= 10 \times 3$

$$+ (3 + 3)$$

$$= 30 + 6$$

$$= 36$$

Q. 31 दो अंकों वाली एक संख्या और उन अंकों के योग से प्राप्त संख्या का अनुपात 4 : 1 है। तदनुसार, यदि उस संख्या में इकाई वाला अंक दहाई वाले अंक से 3 ज्यादा हो, तो वह संख्या कितनी है ?

- (a) 47 (b) 69
(c) 36 (d) 25

उत्तर - (c)

व्याख्या -

माना दहाई का अंक x है।

∴ प्रश्न से इकाई का अंक $= (x + 3)$

∴ दो अंकों की संख्या $= 10x + (x + 3)$