



# REET



राजस्थान शिक्षक पात्रता परीक्षा

Board of Secondary Education, Rajasthan

Level – 1

भाग – 4

गणित



1. महत्तम समापर्वतक एवं लघुत्तम समापर्वतक	1
2. संख्या पद्धति	11
3. क्रमाज्य गुणखंड	24
4. घातांक	27
5. भिन्न संख्याएँ	35
6. दशमलव भिन्न	40
7. समय, दूरी और रेलगाडी	48
8. प्रतिशतता	59
9. साधारण ब्याज	74
10. चक्रवृद्धि ब्याज	82
11. अनुपात एवं समानुपात	92
12. औसत	98
13. समय एवं कार्य	110
14. लाभ-हानि	121
15. नाव एवं धारा	144
16. एकीक नियम	152
17. कैलेण्डर	158
18. ज्यामितीय	165
19. क्षेत्रमिति	192
20. गणित की अध्यापन विधि	222
• गणित की प्रकृति	223
• गणित की भाषा	228
• गणित में मूल्यांकन	229
• शिक्षण की समस्याएं	234
• गणितीय शिक्षण की नवीन विधियां	236
• गणित शिक्षण हेतु सहायक सामग्री	249
• निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण	251

महत्तम समापवर्तिक

†  
लघुत्तम समापवर्तिक

(L.C.M. † H.C.F)

## महत्तम समापत्तिक तथा लघुत्तम समापत्तिक

### सामान्य नियम

1. गुणनखण्ड तथा गुणज → यदि  $a, b$  को प्रणिया विभक्त कर दें तो  $a$  को  $b$  का गुणनखण्ड कहते हैं तथा  $b$  को  $a$  का गुणज कहते हैं।

उदा० = (i) 5 और 15 का गुणनखण्ड, अर्थात् 15 है 5 का गुणज

(ii) 35 के सभी गुणनखण्ड हैं - 1, 5, 7, 35

2. अधत्तम समापत्तिक (म० स०) → दो या दो अधिक संख्याओं का म० स० वह बड़ी से बड़ी सं० है जो प्रत्येक दी गई सं० को प्रणिया विभक्त कर दे।

जैसे - 35 तथा 42 का म० स० = 7

3. लघुत्तम समापत्तिक (ल० स०) → वह छोटी से छोटी संख्या जो दी गई संख्या द्वारा प्रणिया विभक्त हो जाये, वही लघुत्तम समापत्तिक कहलाती है।

जैसे - 12, 15, 18, 27 का ल० स० ⇒

3	12, 15, 18, 27
2	4, 5, 6, 9
3	2, 5, 3, 9
2	2, 5, 1, 3
3	1, 5, 1, 3
5	1, 5, 1, 1
	1, 1, 1, 1

$$= 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 = \underline{540}$$

(4) दो संख्याओं का गुणनफल = (दूसका म० स०) × (दूसका ल० स०)

(5) भिन्नों का म० स० =  $\frac{\text{अंशों का म० स०}}{\text{हरों का ल० स०}}$

(6) भिन्नों का ल० स० =  $\frac{\text{अंशों का ल० स०}}{\text{हरों का म० स०}}$

①  $\frac{360}{437}$  का सरलतम रूप क्या है।

$$\begin{array}{r}
 360 \overline{) 437} \quad (1 \\
 \underline{360} \\
 69 \\
 69 \overline{) 360} \quad (5 \\
 \underline{345} \\
 15 \\
 23 \overline{) 69} \quad (3 \\
 \underline{69} \\
 \hline
 \times
 \end{array}$$

∴  $360$  तथा  $437$  का म.स. =  $23$

② 84, 126, 140 का महत्तम समापवर्तक कितना है ?

हल- 84, 126 तथा 140

में से प्रत्येक के गुणखण्ड लेने पर -

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 84} \\
 \underline{2} \quad 42 \\
 3 \overline{) 21} \\
 \underline{3} \quad 7 \\
 7 \overline{) 7} \\
 \underline{7} \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 126} \\
 \underline{2} \quad 63 \\
 3 \overline{) 21} \\
 \underline{3} \quad 7 \\
 7 \overline{) 7} \\
 \underline{7} \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 140} \\
 \underline{2} \quad 70 \\
 7 \overline{) 35} \\
 \underline{7} \quad 5 \\
 5 \overline{) 5} \\
 \underline{5} \quad 1
 \end{array}$$

∴  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

अतः 84, 126, 140 का म.स. =  $(2 \times 7) = \boxed{14}$

③ 15, 24, 18, 27, 36 का लघुत्तम समापवर्तक क्या होगा ?

हल-

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 15, 24, 18, 27, 36} \\
 \underline{3} \quad 5, 8, 6, 9, 12 \\
 2 \overline{) 5, 8, 2, 3, 4} \\
 \underline{2} \quad 5, 4, 1, 3, 2 \\
 3 \overline{) 5, 4, 1, 3, 1} \\
 \underline{3} \quad 2, 1, 1, 1, 1 \\
 4 \overline{) 2, 1, 1, 1, 1} \\
 \underline{4} \quad 1, 1, 1, 1, 1 \\
 5 \overline{) 1, 1, 1, 1, 1} \\
 \underline{5} \quad 1, 1, 1, 1, 1
 \end{array}$$

ल.स. =  $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3$   
 $= \boxed{1080}$

④  $\frac{14}{35}, \frac{42}{55}, \frac{21}{22}$  का मङ्गलतम समापकक शत कीविये ?

अश्रीकृत मऱ सऱ =  $\frac{14, 42, 21 \text{ का मऱ सऱ}}{33, 55, 22 \text{ का लऱ सऱ}}$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 33, 55, 22 \\ \hline & 3, 5, 2 \end{array} \quad \text{लऱ सऱ} = 11 \times 3 \times 5 \times 2 = 330$$

$$\text{मऱ लऱ} = 14 \begin{array}{r} 21 \\ \hline 14 \\ \hline 14 \\ \hline 0 \end{array} \times 2$$

$$\boxed{\text{मऱ सऱ} = \frac{7}{330}}$$

$$\boxed{\text{मऱ लऱ}} = \begin{array}{r} 42 \\ \hline 42 \\ \hline 0 \end{array} \times 6$$

⑤  $\frac{11}{14}, \frac{55}{42}, \frac{33}{35}, \frac{44}{63}$  का अङ्कतम समाधवत शत कीविये ?

अश्रीकृत लऱ सऱ =  $\frac{11, 55, 33, 44 \text{ का लऱ सऱ}}{14, 42, 35, 63 \text{ का मऱ सऱ}} =$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 11, 55, 33, 44 \\ \hline & 1, 5, 3, 4 \end{array} \quad \text{लऱ सऱ} = 11 \times 5 \times 3 \times 4 = 660$$

14, 42, 35, 63 का मऱ सऱ =  $\begin{array}{r} 14 \overline{) 35} 2 \\ \underline{28} \\ 7 \end{array} \begin{array}{r} 14 \overline{) 42} 3 \\ \underline{28} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 7 \overline{) 42} 6 \\ \underline{42} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 7 \overline{) 63} 9 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$

मऱ सऱ = 7

$$\boxed{\text{अश्रीकृत लऱ सऱ} = \frac{660}{7}}$$

⑥ 1.75, 5.6 तथा 7 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिये?

हल -  $1.75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}$

$5.6 = \frac{56}{10} = \frac{28}{5}$

$7 = \frac{7}{1}$

अमीट म० स० =  $\frac{7}{4}, \frac{28}{5}, \frac{7}{1}$  का म० स०.

$= \frac{7, 28, 7 \text{ का म० स०}}{4, 5, 1 \text{ का म० स०}} = \frac{7}{20} = \boxed{0.35}$

⑦ 0.36, 1.2, 4.0 का लघुत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिये ?

हल -  $0.36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$

$1.2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

$4.0 = \frac{40}{10} = \frac{24}{5}$

अमीट म० स० =  $\frac{9}{25}, \frac{6}{5}, \frac{24}{5}$  का म० स०

$= \frac{9, 6, 24 \text{ का म० स०}}{25, 5, 5 \text{ का म० स०}} = \frac{72}{5} = \boxed{14.4}$

$$\begin{array}{r} 39, 6, 24 \\ \times 3, 2, 0 \\ \hline 3, 1, 4 \end{array}$$
 म० स० =  $3 \times 2 \times 3 \times 4 = \boxed{72}$

⑧. दै संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक 1920 तथा महत्तम समापवर्तक 16 है यदि इनमें से एक संख्या 120 हो, तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

हल - माना दूसरी संख्या = x

तब  $x \times 120 = 1920 \times 16$  [दो संख्याओं का गुणनफल = (ल० स० × म० स०)]

$\Rightarrow x = \frac{1920 \times 16}{120} = 240$  । अतः दूसरी संख्या =  $\boxed{240}$

9) वह दो से होती संख्या जिन-सी है जो 8, 12, 18, 24 में से प्रत्येक से पूर्णतया विभक्त हो जाये ?

हल - अभीष्ट संख्या = 8, 12, 18, 24 का लघु स०

$$\begin{aligned}
 &= (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3) \\
 &= \boxed{72}
 \end{aligned}$$

2	8, 12, 18, 24
2	4, 6, 9, 12
2	2, 3, 9, 6
3	1, 3, 9, 3
	1, 1, 3, 1

10) क दो से होती संख्या जिन-सी है जिसे 14, 21, 28, 35 में से प्रत्येक से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 5 शेष रहे ?

अभीष्ट संख्या = (14, 21, 28, 35 का लघु स०) + 5

$$= (2 \times 7 \times 3 \times 2 \times 5) + 5$$

$$= (420 + 5) = \boxed{425}$$

11) वह दो से होती संख्या जिन-सी है जिसमें से 8 घटाने पर शेष बची संख्या 16, 18, 20, 24 में से प्रत्येक से पूर्णतया विभक्त हो जाये ?

हल - अभीष्ट संख्या = (16, 18, 20, 24 का लघु स०) + 8

2	16, 18, 20, 24
2	8, 9, 10, 12
2	4, 9, 10, 6
3	2, 9, 5, 3
	2, 3, 5, 1

$$= (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5) + 8$$

$$= (720 + 8) = \boxed{728}$$



⑫ वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करी जिसे 20, 25 तथा 30 से भाग देने पर क्रमशः 8, 13 तथा 18 शेष लगे।

हल = यहाँ प्रत्येक भापक तथा संगत शेषफल का अन्तर  
 $= (20-8) = (25-13) = (30-18) = 12$

5	20, 25, 30
2	4, 5, 6
	2, 5, 3

अंशक संख्या =  $(20, 25, 30 \text{ का लघुसं } ) \div 12$   
 $= 5 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \div 12$   
 $= 300 \div 12 = \boxed{25}$

⑬ वह छोटी से छोटी संख्या कौन सी होगी जिसे 3, 5, 6, 8, 10, 12 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष लगे परन्तु 13 से पूर्णतया विभक्त हो ?

हल = 3, 5, 6, 8, 10, 12 का लघुसं =  $(3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2) = 120$

माना अंशक संख्या =  $(120k + 2)$ , जो 13 से पूर्णतया विभक्त होगी

स्पष्ट है कि  $k = 8$  रखने पर अंशक सं  
 $= (120 \times 8 + 2) = 962$  प्राप्त होगी,  
 जो 13 से पूर्णतया विभक्त होती है।

3	3, 5, 6, 8, 10, 12
2	1, 5, 2, 8, 10, 4
2	1, 5, 1, 4, 5, 2
2	1, 5, 1, 2, 5, 1
5	1, 5, 1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1, 1

⑭ 5 अकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिये जो 12, 16, 18, 24, 32 में से प्रत्येक से पूर्णतया विभक्त हो ?

हल → 5 अकों की बड़ी से बड़ी संख्या = 99999

12, 16, 18, 24, 32 का लघुसं =  $2^4 \times 3^2 \times 2 = 288$

अब 99999 को 288 से भाग देने पर

शेषफल = 63

अंशक सं =  $(99999 - 63) = \boxed{99936}$

2	12, 16, 18, 24, 32
2	6, 8, 9, 12, 16
2	3, 4, 9, 6, 8
2	3, 2, 9, 3, 4
3	3, 1, 9, 3, 2
	1, 1, 3, 1, 2

15. चार अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करें जिसे 12, 18, 21, 24 में से प्रत्येक से भाग देने पर हर दशा में 7 शेष बचे

हल - 4 अंकों की बड़ी से बड़ी सं० = 9999

12, 18, 21, 24 का लघु सं० =  $(2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2) = 504$

अब 9999 को 504 से भाग देने पर शेषफल = 423

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 12, 18, 21, 24 \\
 \hline
 3 & 6, 9, 21, 12 \\
 \hline
 2 & 2, 3, 7, 4 \\
 \hline
 & 1, 3, 7, 2
 \end{array}$$

अभीष्ट संख्या =  $(9999 - 423 + 7) = \boxed{9503}$

## Exercise

①.  $\frac{611}{1363}$  का सरलतम रूप क्या है ?

ans =  $\frac{13}{29}$

②.  $\frac{777}{1147}$  का सरलतम रूप क्या है ?

ans =  $\frac{21}{31}$

③.  $\frac{756}{802} = ?$

ans =  $\frac{6}{7}$

④.  $\frac{128352}{238368}$  का सरलतम रूप क्या है ?

ans =  $\frac{7}{13}$

⑤. 2324 तथा 8148 का महत्तम समापवर्तक क्या होगा ?

ans = 28

⑥. 216, 288 तथा 720 का महत्तम समापवर्तक क्या होगा ?

ans = 72

⑨. 1.75, 5.6 तथा 7 का महत्तम समापवर्तक कितना है ?

ans = 0.35

⑩.  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{14}{15}$ ,  $\frac{7}{10}$  का महत्तम समापवर्तक कितना है ?

ans =  $\frac{7}{90}$

⑪. तीन संख्याएँ 1:2:3 के अनुपात में हैं तथा इनका महत्तम समापवर्तक 12 है तो संख्याएँ हैं ?

ans = 12, 24, 36

⑫. 105, 165, 285, 1365 का महत्तम समापवर्तक कितना है ?

ans = 15

13) दो संख्यायें 5:6 के अनुपात में हैं. यदि इनका महत्तम समापवर्तक 4 हो, तो इनका लघुतम समापवर्तक कितना होगा ?

ans = 120

14) 0, 9, 12, 15, 20, 25 का लघुतम समापवर्तक ज्ञात कीजिये ?

ans = 1800

15)  $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{5}{6}, \frac{4}{27}$  का लघुतम समापवर्तक ज्ञात कीजिये ?

ans =  $\frac{20}{3}$

16) 108, 0.36 तथा 0.9 का लघुतम समापवर्तक कितना है ?

ans = 5.4

17) दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघुतम समापवर्तक क्रमशः 0 तथा 40 हैं यदि इनमें से एक संख्या 24 है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिये ?

ans = 16

18) वह वही से वही संख्या क्या है जो 147, 168, 210, 315 में से प्रत्येक को पूर्णतया विभक्त करे ?

ans = 21

19) वह वही से वही संख्या क्या है जिससे 107, 233, 279 को भाग देने पर प्रत्येक दशा में 12 शेष रहे ?

ans = 26

20) किसी दूध बर्तन की एक टंकी में 75 लीटर तथा दूसरी टंकी में 45 लीटर दूध है उस बड़े से बड़े बर्तन की माप क्या होगी जो दोनों टंकीयों के दूध को पूरा-2 माप सके

ans = 15 लीटर

NUMBER SYSTEM

संख्या पद्धति

## NUMBER SYSTEM

सम संख्याये (Even numbers)  $\Rightarrow$  जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त हो जाये उन्हें सम संख्याये कहते हैं।

जैसे- 32, 46, 54, 90, 90 आदि

विषम संख्याये (Odd numbers)  $\Rightarrow$  जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त न हो जाये तो उसे विषम संख्याये कहते हैं। जैसे- 23, 25, 27, 29, 31 आदि

अभाज्य संख्याये (Prime numbers)  $\Rightarrow$  ऐसी प्राकृत संख्याये जिसके दो तथा केवल दो गुणखण्ड हो। अभाज्य संख्याये कहलाती हैं।

जैसे - 100 से कम सभी अभाज्य संख्याये नीची दी गई हैं।

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 इनकी संख्या 25 है।

पूर्णा संख्याये  $\Rightarrow$  (Whole numbers)

0 से अनन्त तक संख्याये की पूर्ण संख्या कहते हैं।

{1, 2, 3, 4, 5, 6 - - - - -}

• सबसे छोटी पूर्ण संख्या = शून्य है।

प्राकृतिक संख्याये  $\Rightarrow$  (Natural numbers)

{1, 2, 3, 4, 5 - - - - -  $\infty$ }

## जातीय मान (Local Value)

किसी दी संख्या में किसी अंक का जातीय मान उसका अपना मान है चाहे वह किसी भी स्थान पर क्यों न हो

जैसे - संख्या 63578 में 3 का जातीय मान 3 है  
6 का जातीय मान 6 है।

## स्थानीय मान (Place Value)

किसी की गई संख्या में -

इकाई अंक का स्थानीय मान = (इकाई अंक  $\times 1$ )

दहाई अंक का स्थानीय मान = (दहाई अंक  $\times 10$ )

सैकड़ों अंक का स्थानीय मान = (सैकड़ों का अंक  $\times 100$ ) आदि

उदा०  $\Rightarrow$  संख्या 32567809 में निम्न अंकों का स्थानीय मान बता लीजिये ?

(i) 3      (ii) 5      (iii) 7      (iv) 8      (v) 0

वत्त  $\rightarrow$  इनके तालिका में लिखने पर =

अरब	दसलाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
3	2	5	6	7	8	0	9

3 का स्थानीय मान =  $3 \times 10000000 = 30000000$

5 का स्थानीय मान =  $5 \times 100000 = 500000$

7 का स्थानीय मान =  $7 \times 1000 = 7000$

8 का स्थानीय मान =  $8 \times 100 = 800$

0 का स्थानीय मान =  $0 \times 10 = 0$

कुछ विशेष सूत्र

(i)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

(ii)  $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

(iii)  $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

(iv)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

(v)  $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$

(vi)  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(vii)  $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(viii)  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

(ix)  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$



$$\textcircled{1} \quad 6704 \times 706 + 6704 \times 214 = ?$$

$$= 6704 \times (706 + 214)$$

$$= 6704 \times 1000 = \boxed{6704000}$$

$$\textcircled{2} \quad 8765 \times 974 - 8765 \times 874 = ?$$

$$= 8765 \times (974 - 874)$$

$$= 8765 \times 100 = \boxed{876500}$$

$$\textcircled{3} \quad 1509 \times 1509 = ?$$

$$(1509)^2 = (1500 + 9)^2$$

$$= (1500)^2 + (9)^2 + 2 \times 1500 \times 9 \quad [ \because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab ]$$

$$= 2250000 + 81 + 27000$$

$$= \boxed{2277081}$$

$$\textcircled{4} \quad 1994 \times 1994 = ?$$

$$(2000 - 6)^2 =$$

$$= (2000)^2 + 6^2 - 2 \times 2000 \times 6 \quad [ \because (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab ]$$

$$= 4000000 + 36 - 24000$$

$$= 4000000 + 36 - 24000 = 4000036 - 24000$$

$$= \boxed{3976036}$$

$$\textcircled{5} \quad 003 \times 003 - 117 \times 117 = ?$$

$$= (003)^2 - (117)^2 \quad [ a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) ]$$

$$= (003 + 117) (003 - 117)$$

$$= 1000 \times 766 = \boxed{766000}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{703 \times 703 \times 703 + 217 \times 217 \times 217}{703 \times 703 - 703 \times 217 + 217 \times 217} = ?$$

दिया गया व्यंजक =  $\frac{(703)^3 + (217)^3}{(703)^2 - 703 \times 217 + (217)^2}$

$$= \frac{(a^3 + b^3)}{(a^2 - ab + b^2)} \quad , \quad \begin{array}{l} \text{जहाँ } a = 703 \\ \text{तथा } b = 217 \end{array}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 + b^2 - ab)}{(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\Rightarrow (a+b) = (703 + 217) = \boxed{1000}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{693 \times 693 \times 693 - 303 \times 303 \times 303}{693 \times 693 - 693 \times 303 + 303 \times 303} = ?$$

दिया गया व्यंजक =  $\frac{(693)^3 - (303)^3}{(693)^2 + (303)^2 + (693 \times 303)}$

$$= \frac{a^3 - b^3}{a^2 + b^2 + (ab)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{(a^2 + b^2 + ab)}$$

$$= (a-b)$$

$$= 693 - 303$$

$$= \boxed{390}$$