



SUPER TET

UTTAR PRADESH BASIC EDUCATION BOARD

भाग - 4

गणित



विषय सूची

1. शाघाटण ब्याज	1
2. चक्रवृद्धि ब्याज	9
3. समय और कार्य	19
4. म.श.प. एवं ल.श.प.	30
5. संख्या पद्धति	40
6. ऋभाज्य गुणनखण्ड	53
7. घातांक	56
8. भिन्न	64
9. दशमलव भिन्न	69
10. सरलीकरण	77
11. अनुपात एवं समानुपात	88
12. औसत	94
13. समय, दूरी और रेलगाडी	106
14. प्रतिशतता	117
15. लाभ-हानि	132
16. नाव व धारा	154
17. एकीक नियम	162
18. सांख्यिकी	168
19. ज्यामिति	173
20. क्षेत्रमिति एवं आयतन	199
21. साझेदारी	258
22. बीजगणितीय तदात्मय	265
23. समीकरण	282
24. डाटा इन्ट्रिपेटेशन	292

साधारण व्याज

SIMPLE INTEREST

साधारण व्याज (SIMPLE INTEREST)

जब कोई व्यक्ति किसी शाहूकार अथवा बैंक से रुपया उधार लेता है। तो दूसरे का धन उपयोग करने के लिये वातिरिक्त धन देना पड़ता है। इस वातिरिक्त धन को व्याज कहते हैं।

उधार लिये गये धन को मूलधन (मू०) कहते हैं।

मूलधन तथा व्याज के योगफल को मिश्रधन कहते हैं।

साधारण व्याज \Rightarrow जो व्याज केवल मूलधन पर एक निश्चित अवधि के लिये एक ही दर पर लगाया जाता है। उसे साधारण व्याज कहते हैं।

सूत्र

$$\text{(i) साधारण व्याज} = \frac{\text{मू०} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{(ii) मूलधन} = \frac{100 \times \text{साधारण व्याज}}{\text{दर} \times \text{समय}}$$

$$\text{(iii) दर} = \frac{100 \times \text{साधारण व्याज}}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$$

$$\text{(iv) समय} = \frac{100 \times \text{साधारण व्याज}}{\text{मूलधन} \times \text{दर}}$$

(v) माना कोई धन T वर्ष बाद देय है तथा व्याज की दर R% वार्षिक है तब \rightarrow

$$\text{नन्हाय धन} = \frac{\text{देयधन} \times 100}{(100) + (R \times T)}$$

Q.1. ₹ 6000 पर 6% वार्षिक दर से 8 माह का साधारण व्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिये ?

दत्त - मूलधन = ₹ 6000 दर = 6% समय = $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ वर्ष

$$\begin{aligned} \text{साधारण व्याज} &= ₹ \frac{6000 \times 6 \times \frac{2}{3}}{100} \\ &= ₹ 240 \end{aligned}$$

$$\text{मिश्रधन} = ₹ (6000 + 240) = ₹ 6240$$

Q.2. ₹ 2500 का 5% वार्षिक दर पर 219 दिनों का साधारण व्याज कितना होगा ?

दत्त → मूलधन = ₹ 2500 , दर = 5% वार्षिक , समय = $\frac{219}{365} = \frac{3}{5}$ वर्ष

$$\text{साधारण व्याज} = ₹ \left(2500 \times \frac{5}{100} \times \frac{3}{5} \right) = 75$$

Ans = 75

Q.3. ₹ 3200 पर 4 अप्रैल 2012 से 16 जून 2012 तक का 5% वार्षिक दर पर साधारण व्याज कितना होगा ?

note - जिस दिन धन जमा करते हैं वह दिन व्याज कैलु नही गिना जाता . परन्तु जिस दिन धन निकाला जाता है वह दिन व्याज कैलु गिना जायेगा -

दत्त → मूलधन = ₹ 3200 दर = 5% वार्षिक

समय =

अप्रैल	मई	जून
↓	↓	↓
(26	31	16)

 दिन = 73 दिन = $\frac{73}{365} = \frac{1}{5}$ वर्ष

$$\text{साधारण व्याज} = ₹ \left(3200 \times \frac{5}{100} \times \frac{1}{5} \right) = ₹ 32$$

Q.4. किसी धन का साधारण व्याज की 0.10 वार्षिक दर से 3 वर्ष का मिश्रधन ₹6944 है वह धन ज्ञात कीजिये ?

$$\text{दल} = \text{माना मूलधन} = ₹x \text{ तब}$$

$$\text{साधारण व्याज} = ₹ \left(x \times \frac{10}{100} \times 3 \right) = ₹ \frac{6x}{25}$$

$$\therefore \text{मिश्रधन} = ₹ \left(x + \frac{6x}{25} \right) = ₹ \frac{31x}{25}$$

$$\therefore \frac{31x}{25} = 6944 \Rightarrow x = \frac{6944 \times 25}{31} = 5600$$

अतः अभीष्ट धन = ₹ 5600

Q.5. किसी धन का साधारण व्याज से 2 वर्ष का मिश्रधन ₹8700 तथा $3\frac{1}{2}$ वर्ष का मिश्रधन = ₹9600 है मूलधन तथा व्याज की दर ज्ञात करें ?

$$\frac{3}{2} \text{ वर्ष का व्याज} = ₹ (9600 - 8700) = ₹ 900$$

$$2 \text{ वर्ष का व्याज} = ₹ \left(900 \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = ₹ 1200$$

$$\therefore \text{मूलधन} = ₹ (8700 - 1200) = ₹ 7500$$

$$\therefore \text{दर} = \left(\frac{100 \times 1200}{7500 \times 2} \right) \% \text{ वार्षिक} = 8\% \text{ वार्षिक}$$

$$\text{अतः मूलधन} = ₹ 7500 \text{ तथा दर} = 8\% \text{ वार्षिक}$$

⑥ साधारण ब्याज की दर से कौन से धन 8 वर्ष में दोगुना हो जायेगा ?

दल - माना मूलधन = ₹ x तथा साधारण ब्याज = x
 समय = 8 वर्ष

$$\therefore \text{दर} = \left(\frac{100 \times x}{x \times 8} \right) \% \text{ वार्षिक} = 12.5 \% \text{ वार्षिक}$$

$$\boxed{\text{Ans} = 12.5 \% \text{ वार्षिक}}$$

⑦ एक व्यापारी ने ₹ 45000 का ऋण दो बैंकों से लिया। एक ऋण के लिये 8% वार्षिक दिया तथा दूसरे ऋण के लिये 12% वार्षिक। यदि एक वर्ष का कुल ब्याज ₹ 4440 हो, तो 8% की दर पर कितना धन लिया गया ?

दल \Rightarrow माना 8% की दर पर लिया गया धन = x

तब 12% की दर पर लिया गया धन = ₹ $(45000 - x)$

$$\therefore \left(x \times \frac{8}{100} \times 1 \right) + \left\{ (45000 - x) \times \frac{12}{100} \times 1 \right\} = 4440$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{25} + \frac{3(45000 - x)}{25} = 4440$$

$$\Rightarrow 2x + 135000 - 3x = 111000$$

$$\Rightarrow x = (135000 - 111000) = 24000$$

$$\boxed{\text{अतः 8\% की दर पर लिया गया धन} = ₹ 24000}$$

⑧ कोई धन किसी निश्चित दर पर 2 वर्ष के लिये साधारण व्याज की दर पर दिया गया. यदि व्याज की दर 3% अधिक होती तो ₹ 100 व्याज अधिक मिलता. मूलधन ज्ञात कीजिये ?

हल- माना मूलधन = ₹x तथा दर = R% वार्षिक, तब -

$$\Rightarrow \left\{ \frac{x(R+3) \times 2}{100} \right\} - \left\{ \frac{xR \times 2}{100} \right\} = 100$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{xR \times 2}{100} \right\} + \left\{ \frac{x \times 3 \times 2}{100} \right\} - \left\{ \frac{xR \times 2}{100} \right\} = 100$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{50} = 100 \Rightarrow x = \frac{100 \times 50}{3} = 1000$$

अतः मूलधन = ₹1000

⑨ 3 वर्ष बाद दैय ₹ 1092 वरबर वार्षिक किस्तों में चुकाना है। यदि साधारण व्याज की दर 12% वार्षिक हो, तो प्रत्येक किस्त का मान ज्ञात कीजिये ?

हल- माना वार्षिक किस्त का मान = ₹x तब,

₹x का 2 वर्ष का मिश्रधन + ₹x का 1 वर्ष का मिश्रधन + ₹x = 1092

$$\Rightarrow \left(x + \frac{x \times 2 \times 12}{100} \right) + \left(x + \frac{x \times 1 \times 12}{100} \right) + x = 1092$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{6x}{25} \right) + \left(x + \frac{3x}{25} \right) + x = 1092$$

$$\Rightarrow \frac{31x}{25} + \frac{20x}{25} + x = 1092$$

$$\Rightarrow (31x + 20x + 25x) = 1092 \times 25$$

$$\Rightarrow 84x = 1092 \times 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{1092 \times 25}{84} = 325$$

अतः प्रत्येक निस्त का मान = 325

अभ्यास के लिये प्रश्न

- ① ₹ 900 की राशि पर 10% वार्षिक दर से 5 वर्ष के अन्त में कितना साधारण व्याज अर्जित होगा ?

Ans = ₹ 009.20

- ② एक व्यक्ति ने ₹ 0500 साधारण व्याज पर 9% वार्षिक दर से उधार लिये. $2\frac{1}{2}$ वर्ष के अन्त में उसे कितना धन वापिस देना होगा ?

Ans = ₹ 10412.50

- ③ ₹ 3600 की राशि को दो भागों में इस प्रकार विभक्त करें कि पहले भाग पर 5% वार्षिक दर से 3 वर्ष का साधारण व्याज, दूसरे भाग पर $6\frac{1}{4}$ % वार्षिक दर से 4 वर्ष के साधारण व्याज के बराबर हो. दो राशियों के अंश ?

Ans = ₹ 2250 तथा ₹ 1350

- ④ X तथा Y को दो समान राशियों 7.5% तथा वार्षिक दर से 4 वर्ष या 5 वर्ष के लिये उधार दी गई यदि इनके द्वारा किये गये व्याज में ₹ 150 का अन्तर हो तो, प्रत्येक दी गयी राशि कितनी है।

Ans = ₹ 2000

⑤ ₹ 2500 पर 6 वर्ष में उपचित साधारण व्याज ₹ 1075 हैं। इसी दर पर इतने की समय के लिये ₹ 6875 पर कितना साधारण व्याज उपचित होगा ?

~~ans = ₹ 5100~~
ans = ₹ 5156.25

⑥ साधारण व्याज की किस वार्षिक दर पर किसी धन का 10 वर्ष का व्याज उस धन का $\frac{2}{5}$ होगा ?

ans = 4%

⑦ कितने समय में ₹ 10,000 का साधारण व्याज 6% वार्षिक दर से ₹ 450 हो जायेगा ?

ans = 9 माह

⑧ कितने वर्षों में 12% वार्षिक दर से ₹ 3000 का साधारण व्याज ₹ 1000 हो जायेगा ?

ans = 3 वर्ष

⑨ कोई धन साधारण व्याज की एक विशेष दर पर 2 वर्ष के लिये उधार दिया जाता है। यदि व्याज की दर 1% वार्षिक अधिक होती है तो इससे ₹ 240 अधिक साय होती है।

यदि धन कितना है ?

ans = ₹ 12000

⑩ एक व्यक्ति क्रमशः 6 वर्ष 10 वर्ष तथा 12 वर्ष के लिये साधारण व्याज की क्रमशः 10%, 12% तथा 15% वार्षिक दर पर धन लगाता है। यदि 3 वर्ष बाद प्रत्येक स्कीम के बराबर व्याज मिले, तो इन मूलधनों का अनुपात क्या होगा ?

ans = 6 : 3 : 2

चक्रवृद्धि व्याज

Compound Interest

चक्रवृद्धि व्याज (Compound Interest)

रुमी-रुमी उधार दिये गये धन को चुम्का करने के लिये एक निश्चित अवधि तक कर ली जाती है यह अवधि प्रायः वार्षिक अथवा, द्वाकी अथवा तिमाकी होती है इस अवधि के समाप्ति के बाद व्याज से मूलधन में जोड़ने पर बना मिश्रधन, अगली अवधि के लिये मूलधन बन जाता है।

अन्त में प्राप्त मिश्रधन की चक्रवृद्धि मिश्रधन कहलाता है।

$$\boxed{\text{चक्रवृद्धि व्याज} = \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन}}$$

सूत्र

1. माना मूलधन = ₹P तथा दर = R% वार्षिक तथा समय = n वर्ष

(i) जब व्याज वार्षिक देय हो तब ^{चक्रवृद्धि} मिश्रधन = $P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

(ii) जब व्याज द्वाकी देय हो, तब दर = $\left(\frac{R}{2}\right)\%$ प्रति द्वाकी तथा समय = (2n) द्वाकी

∴ चक्रवृद्धि मिश्रधन = $P \times \left(1 + \frac{R}{2 \times 100}\right)^{2n}$

(iii) जब व्याज तिमाकी देय हो, तब दर = $\left(\frac{R}{4}\right)\%$ प्रति तिमाकी तथा समय = (4n) तिमाकी

∴ चक्रवृद्धि मिश्रधन = $P \times \left(1 + \frac{R}{4 \times 100}\right)^{4n}$

(iv) जब समय एक परिमेय संख्या हो जैसे $4\frac{2}{3}$ वर्ष तथा

व्याज वार्षिक देय हो तब -
 चक्रवृद्धि मिश्रधन = $P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^4 \times \left(1 + \frac{2/3 R}{100}\right)$

- (v) जब व्याज की दर पहले वर्ष = $R_1\%$ दूसरे वर्ष = $R_2\%$
 तथा तीसरे वर्ष = $R_3\%$ हो, तब

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = P \times \left(1 + \frac{R_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{R_2}{100}\right) \times \left(1 + \frac{R_3}{100}\right)$$

- (2). माना कोई धन = ₹ x , n वर्ष बाद देय है तथा व्याज की दर = $R\%$ वार्षिक है।

तो इस धन का वर्तमान मूल्य = $\frac{x}{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n}$

Exercise

- (1) ₹ 6750 का $6\frac{2}{3}\%$ वार्षिक दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि व्याज ज्ञात कीजिये ?

ans = ₹ 1442

- (2) ₹ 16000 का 10% वार्षिक दर से 1 वर्ष का चक्रवृद्धि व्याज ज्ञात कीजिये, जबकि व्याज तिमाही देय है ?

ans = ₹ 1640

- (3) ₹ 125000 का 8% वार्षिक दर से 9 माह का चक्रवृद्धि व्याज ज्ञात कीजिये, जबकि व्याज तिमाही देय है ?

ans = ₹ 7651

- (4) ₹ 9000 का 10% वार्षिक दर पर 2 वर्ष 5 माह का चक्रवृद्धि व्याज कितना होगा, जबकि व्याज वार्षिक देय है ?

ans = ₹ 2253

- (5) किसी धन का 12% वार्षिक दर पर 2 वर्ष के चक्रवृद्धि तथा साधारण व्याज का अन्तर ₹ 100 है मूलधन ज्ञात कीजिये ?

ans = ₹ 12500

- ⑥ चक्रवृद्धि व्याज पर दिये गये धन के 2 वर्ष तथा 3 वर्ष के मिश्रधन क्रमशः ₹ 9680 तथा ₹ 10648 हो जाते हैं दर प्रतिशत तथा मूलधन ज्ञात कीजिये ?
Ans = मूलधन = ₹ 8000 तथा दर = 10% वार्षिक
- ⑦ किसी धन का 8% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि व्याज ₹ 2080 है इस धन का इसी दर पर इतने ही समय का साधारण व्याज कितना होगा ?
Ans = ₹ 2000
- ⑧ कितने समय में 10% वार्षिक चक्रवृद्धि व्याज की दर से ₹ 2000 का मिश्रधन ₹ 2420 हो जायेगा ?
Ans = 2 वर्ष
- ⑨ कितने समय में ₹ 800 का 10% वार्षिक दर से हमारी देय चक्रवृद्धि मिश्रधन ₹ 928.10 हो जायेगा ?
Ans = $1\frac{1}{2}$ वर्ष
- ⑩ किसी धन पर एक निश्चित दर से 2 वर्ष का साधारण व्याज ₹ 160 तथा चक्रवृद्धि व्याज ₹ 170 है व्याज की वार्षिक दर कितनी है ?
Ans = $12\frac{1}{2}$ % वार्षिक
- ⑪ 8% वार्षिक चक्रवृद्धि व्याज की दर से 2 वर्ष बाद देय ₹ 14580 का वर्तमान मूल्य कितना होगा ?
Ans = ₹ 12500
- ⑫ कोई धन चक्रवृद्धि व्याज से 15 वर्ष में दुगुना हो जाता है कितने वर्षों में यह अपने से 8 गुना हो जायेगा ?
Ans = 45 वर्ष

⑬ ₹ 1025 का ऋण दो बराबर वार्षिक किस्तों में चुकाना है यदि चक्रवृद्धि व्याज की दर 5% वार्षिक हो, तो प्रत्येक किस्त का मान कितना होगा?

$$\text{Ans} = ₹ 551.25$$

⑭ ₹ 66200 का ऋण तीन बराबर वार्षिक किस्तों में चुकाना है यदि चक्रवृद्धि व्याज की दर 10% वार्षिक हो, तो प्रत्येक किस्त का मान कितना होगा?

$$\text{Ans} = ₹ 26620$$

⑮ कुछ धन उधार लिया गया तथा उसे 2 वार्षिक किस्तों में चुकाया गया। यदि प्रत्येक किस्त का मान ₹ 882 हो तथा व्याज की दर 5% वार्षिक हो, तो कितना धन उधार लिया गया?

$$\text{Ans} = ₹ 1640$$

Solution

- ①. मूलधन = ₹6750 दर = $\frac{20}{3}\%$ ^{वार्षिक} समय = 3 वर्ष
- चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $\left\{ 6750 \times \left(1 + \frac{20}{3 \times 100} \right)^3 \right\}$
- = ₹ $\left\{ 6750 \times \frac{16}{15} \times \frac{16}{15} \times \frac{16}{15} \right\}$ = ₹ 8192
- चक्रवृद्धि व्याज = ₹ (8192 - 6750) = ₹ 1442
-
- ②. मूलधन = ₹16000 , दर = 5% प्रति छमाही समय = 2 छमाही
- चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $\left\{ 16000 \times \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2 \right\}$
- = ₹ $\left\{ 16000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \right\}$ = ₹ 17640
- चक्रवृद्धि व्याज = ₹ (17640 - 16000) = ₹ 1640
-
- ③. मूलधन = ₹125000 दर = $\frac{8}{5}\%$ प्रति तिमाही = 2%
 प्रति तिमाही समय = 3 तिमाही
- चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $\left\{ 125000 \times \left(1 + \frac{2}{100} \right)^3 \right\}$
- = ₹ $\left\{ 125000 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \right\}$ = ₹ 132651
- चक्रवृद्धि व्याज = ₹ (132651 - 125000) = ₹ 7651

④ मूलधन = ₹9000 दर = 10% वार्षिक समय = $2\frac{1}{2}$ वर्ष = $2\frac{1}{3}$ वर्ष

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ \left\{ 9000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \times \left(1 + \frac{10 \times \frac{1}{3}}{100}\right) \right\}$$

$$= ₹ \left(9000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{31}{10} \right) = ₹ 11253$$

∴ चक्रवृद्धि व्याज = ₹ (11253 - 9000) = ₹ 2253

⑤ किसी धन का मूलधन = ₹, दर = 12% समय = 2 वर्ष

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ \left\{ x \times \left(1 + \frac{12}{100}\right)^2 \right\} = ₹ \left\{ x \times \frac{28}{25} \times \frac{28}{25} \right\}$$

$$= ₹ \left(\frac{784x}{625} \right)$$

$$\text{चक्रवृद्धि व्याज} = ₹ \left(\frac{784x}{625} - x \right) = ₹ \left\{ \frac{(784x - 625x)}{625} \right\} =$$

$$= ₹ \frac{159x}{625}$$

$$\text{साधारण व्याज} = ₹ \left(x \times \frac{12}{100} \times 2 \right) = ₹ \frac{6x}{25}$$

$$\therefore \frac{159x}{625} - \frac{6x}{25} = 180 \Rightarrow (159x - 150x) = 180 \times 625$$

$$\Rightarrow 9x = 180 \times 625 \Rightarrow x = \frac{180 \times 625}{9} = 12500$$

अतः मूलधन = ₹12500