Toppersnotes
Unleash the topper in you

ग्राम सेवक

ग्राम विकास अधिकारी, पंचायत सचिव एवं छात्रावास अधीक्षक ग्रेड – II

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर

भाग - 3

संख्यात्मक योग्यता

SIERRA INNOVATIONS

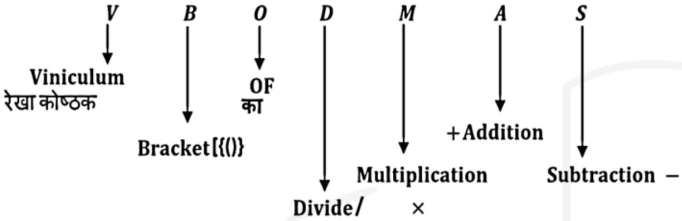
विषय सूची

1.	सरलीकरण	1
2.	संख्या पद्धति	11
3.	अनुपात – समानुपात	30
4.	औसत	42
5.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	53
6.	प्रतिशतता	62
7.	लाभ – हानि	72
8.	बट्टा	86
9.	साधारण ब्याज	95
10.	चक्रवृद्धि ब्याज	106
11.	कार्य और समय	117
12.	चाल, समय और दूरी	139
13.	मिश्रण	160

सरलीकरण (Simplification)

सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आंकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते है जैसे कि आंकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है ।

- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते है ।
- हम पहले कौनसा operation करे यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Viniculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा।
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते है-
  1. छोटा कोष्ठक ( )
  2. मंझला कोष्ठक { }
  3. बडा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बडा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "order" से बना है, जिसका मतलब ''गुणा'' से या ''का'' से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "m" है जिसका मतलब "multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद "multiplication" (गुणा) करेंगे।
- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोड) से संबंधित है Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" घटाव से बना है,
  इस प्रकार भाग⇒गुणा⇒जोड⇒घटाव क्रिया क्रमशः घटित होती है।

उदाहरण ⟹ $8-[7-\{6-(5-\overline{4-1})\}]$ का मान क्या होगा-

(A) 4 (B) 5
(C) 7 (D) 8

हलः-
यहां VBODMAS के अनुसार-
प्रथम चरण ⟹ रेखीय कोष्ठक ⟹ 4-1 = 3 होगा
द्वितीय चरण ⟹ छोटा कोष्ठक ⟹ (5-3) = 2 होगा
तृतीय चरण ⟹ मंझला कोष्ठक ⟹ {6-2} = 4 होगा
चतुर्थ चरण ⟹ बडा कोष्ठक ⟹ [7-4) = 3 होगा
अब शेष है ⟹ 8-3 = 5
अतः विकल्प (B) सत्य होगा ।

उदाहरण ⟹ सरल करो -

15x12+16÷8-14=?

(A) 172 (B) 180

(C) 168 (D) 165

हलः-

15x12+16÷8-14

I Step ⇨ Division ⇨ 15x12+16÷8 -14

= 15x12+2-14

II Step ⇨ Multiplication⇨ 15x12+2-14

= 180+2-14

III Step ⇨ Addition ⇨ 180+2 -14

= 182-14

IV Step ⇨ Subtraction ⇨ 182-14

= 168

अतः विकल्प (C) सही है।

समांतर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी

समान्तर श्रेणीः- संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद अपने पूर्व पद में एक निश्चित संख्या जोडने पर प्राप्त होता है, को समांतर श्रेणी कहते है ।

समान्तर श्रेणी का **n** वाँ पदः-

$a_n = a + (n-1)\, d$

जहाॅ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

d = सार्व अन्तर

समान्तर श्रेणी के प्रथम **n** पदों का योगः-

1. $S = \frac{n}{2} + [2a + (n-1) \times d]$

जहाँ, S = समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग है।

a = समान्तर श्रेणी का प्रथम पद है।

d = समान्तर श्रेणी का सार्व अंतर है।

n = समान्तर श्रेणी के पदों की संख्या है।

2. $S = \frac{n}{2}\,(a+l)$

L = समान्तर श्रेणी का अंतिम पद L है ।

उदाहरणः 1-

अनुक्रम 7, 10, 13............... का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए तथा सभी 10 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

(A) 34, 205 (B) 38, 306

(C) 37, 105 (D) 89, 30

उत्तर - $a_n = a + (n-1)\, d$

यहाँ,

a = 7

n = 10

d = (10-7) = 3

$a_{10} \Rightarrow 7 + (10-1) \times 3$

$\Rightarrow 7 + 27 = 34$

इस श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)\, d]$

$= \frac{10}{2}[2 \times 7 + (10-1) \times 3]$

= 5 [14+27]

= 5x41

= 205 Ans.

गुणोत्तर श्रेणीः- संख्याओं की एक ऐसी श्रेणी जिसके किन्हीं दो क्रमागत पदों का अनुपात अचर (constant) हो। इस नियत संख्या को 'सार्व अनुपात' कहते है।

$a, ar, ar^2, ar^3 \ldots\ldots. ar^{n-1}, ar^n$

गुणोत्तर श्रेणी का n वाॅ पदः-

$a_n = ar^{n-1}$

जहाॅ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

गुणोत्तर श्रेणी का **n** पदों का योगः-

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$, when r>1

$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1-r}$, when r<1

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद
r = सार्व अंतर

उदाहरण: 2–
गुणोत्तर श्रेणी 5, 10, 20, 40............... का 10 वां पद ज्ञात करें तथा सभी 10 पदों का योग ज्ञात करें।

(A) 2560, 51115 (B) 2410, 6100

(C) 2420, 3540 (D) 2700, 5600

उत्तर – a = 5

सार्वअनुपात (r) = $\frac{a_2}{a}$ = $\frac{10}{5}$ = 2

गुणोत्तर श्रेणी का 10 वॉं पद

$a_n = ar^{n-1}$

$a_{10} = 5x2^{(10-1)}$

= $5x2^9$

= 5 x 512 = 2560 Ans.

गुणोत्तर श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ r > 1

$S_{10} = \frac{5(2^{10}-1)}{2-1} = 5x1023$

= 5115 Ans.

हरात्मक श्रेणी:– किसी समान्तर श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम से बनी श्रेणी को हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

$= \frac{1}{a}\ \frac{1}{(a+d)}, \frac{1}{(a+2d)}, \frac{1}{a(a+3d)} \dots\dots\dots.. \frac{1}{[a+(n-1)d]}$

उदाहरण: 3–
हरात्मक श्रेणी $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$......... का 20 वॉं पद ज्ञात कीजिए ।

(A) $\frac{1}{42}$ (B) $\frac{1}{42}$

(C) $\frac{1}{36}$ (D) $\frac{1}{38}$

उत्तर –

यहॉं $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} =$ हरात्मक श्रेणी में है

तो 2, 4, 6, 8 = समान्तर श्रेणी में होगा

समान्तर श्रेणी का n वॉं पद

$a_n = a + (n-1)d$

a = 2, n = 20, d = 4 - 2 = 2

= a_{20} = 2+ (20-1)x2

= 2+38 = 40 Ans.

अतः $\boxed{\frac{1}{a_{20}} = \frac{1}{40}}$

अभ्यास प्रश्न हल–सहित

Type – (1)

BODMAS पर आधारित प्रश्न

(1) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?
(a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$$34 \div 17 \times 2 + 4 = \frac{34}{17} \times 2 + 4$$

$$= 2 \times 2 + 4$$

$$= 4 + 4 \Rightarrow 8$$

(2) $0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 + 0.07$ के मान की गणना कीजिए ?
(a) 3.86274 (b) 3.80247
(c) 3.85274 (d) 3.87247

उत्तर – (d)

व्याख्या –

$$0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 + 0.07$$

$$= 7(0.11111 + 0.1111 + 0.111 + 0.11 + 0.1 + 0.01)$$

$$= 7(0.54321 + 0.01)$$

$$= 7(0.55321) = 3.87247$$

(3) यदि$x[-2\{-4(-a)\}] + 5\,[-2\{-2(-a)\}] = 4a$, तो $x = ?$

(a) -2 (b) -3
(c) -4 (d) -5

उत्तर – (b)
व्याख्या –

$$x[-2\{-4(-a)\}] + 5\,[-2\{-2(-a)\}] = 4a$$

$$x[-2 \times 4a] + [-20a] = 4a$$

$$x[-8a] - [20a] = 4a$$

$$-8ax = 20a + 4a$$

$$\therefore x = \frac{24a}{-8a} = -3$$

(4) $9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}]$ को सरल कीजिए।
(a) 6 (b) 1
(c) 7 (d) 3

उत्तर – (d)

व्याख्या –

$$9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}]$$

$$= 9 - [8 - \{7 - 5\}]$$

$$= 9 - [8 - 2]$$

$$= 9 - 6 = 3$$

(5) यदि $3^x - 3^{x-1} = 486$ तो x का मान क्या होगा ?
(a) 9 (b) 5
(c) 6 (d) 7

उत्तर – (c)

व्याख्या –

$$3^x - 3^{x-1} = 486$$

$$3^x - \frac{3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^{x+1} - 3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^x(3-1)}{3} = 486$$

$$3^x \times \frac{2}{3} = 486$$

$$3^x = \frac{486 \times 3}{2} = 729$$

या $3^x = 3^6$

घातों की तुलना करने पर

$$x = 6$$

(6) यदि $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$ है तो, a का मान क्या है ?

(a) 4 (b) 5
(c) 6 (d) 8

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$$5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$$

$$\frac{5 \times 5^{\frac{1}{2}} \times 5^3}{5^{\frac{-3}{2}}} = 5^a \times 5^2$$

$$\therefore\ 5^a = \frac{(5)^{1+\frac{1}{2}+3}}{5^{-\frac{3}{2}} \times 5^2} = 5^{\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}-2} = 5^{3+1} = 5^4$$

$$\therefore\ 5^a = 5^4$$

घातों की तुलना करने पर $a = 4$

(7) यदि $5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$ तो ? का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) 4 (b) 3
(c) 2 (d) 1

उत्तर – (c)
व्याख्या –

$$5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$$

$$= \frac{5^{12} \times 5^3}{5^6} = 5^5 \times (25)^?$$

$$\therefore\ 25^? = \frac{5^{12+3}}{5^6 \times 5^5} = \frac{5^{15}}{5^{11}}$$

$$25^? = 5^{15-11} = 5^4$$

$$25^? = (25)^2$$

दोनों पक्षों के आधार समान है इसलिए घातें भी समान होंगी। घातों की तुलना करने पर

$$\therefore\ ? = 2$$

(8) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?

(a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर – (a)
व्याख्या-

$$34 \div 17 \times 2 + 4 = \frac{34}{17} \times 2 + 4$$
$$= 2 \times 2 + 4$$
$$= 4 + 4 = 8$$

Type – (2)

वर्गान्तर तथा वर्गमूल पर आधारित प्रश्न

Square and Square root Table

Square	Square Root	Square	Square Root
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt{256} = 16$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt{289} = 17$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt{900} = 30$

(9) यदि $3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$ हो, तो n का मान बताइए।

(a) 10 (b) 12
(c) 15 (d) 30

उत्तर – (b)

व्याख्या –
दिया है
$3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$

$3^{10} \times (3^3)^2 = (3^2)^2 \times 3^n$

$$\frac{3^{10} \times 3^6}{3^4} = 3^n$$

$3^{12} = 3^n$

घातों की तुलना करने पर

$n = 12$

(10) निम्नलिखित प्रश्न में प्रश्न-चिन्ह (?) के स्थान पर क्या आना चाहिए ?

$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$

(a) 9/2 (b) 6
(c) 7/2 (d) 4

उत्तर – (b)
व्याख्या –

$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$

$$\frac{31^{7.5-3}}{31^{3/2}} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{4.5}}{31^{1.5}} = (\sqrt{31})^?$$

$31^{4.5-1.5} = (\sqrt{31})^?$

$31^3 = (\sqrt{31})^?$

$(\sqrt{31})^6 = (\sqrt{31})^?$

घातांकों की तुलना करने पर

$? = 6$

(11) यदि $(2^3)^2 = 4^x$ हो, तो 3^x किसके बराबर है ?

(a) 3 (b) 6
(c) 9 (d) 27

उत्तर – (d)
व्याख्या –

दिया है
$(2^3)^2 = 4^x$
$(8)^2 = 4^x$
$64 = 4^x$
$(4)^3 = 4^x$

दोनों पक्षों की घातों की तुलना करने पर

$x = 3$

$\therefore \quad 3^x = 3^3$

(12) $\frac{0.0324 - 0.0121}{0.07}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) 0.29 (b) 0.25
(c) 0.30 (d) 0.32

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$$\frac{0.0324 - 0.0121}{0.07} = \frac{(0.18)^2 - (0.11)^2}{0.07}$$

$$\frac{(0.18-0.11)(0.18+0.11)}{0.07} = \frac{0.07 \times 0.29}{0.07}$$

$$= 0.29$$

(13) $\frac{6.76 - 2.25}{1.1}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) 5.1 (b) 4.1
(c) 6.2 (d) 3.5

उत्तर – (b)
व्याख्या –

$$\frac{6.76 - 2.25}{1.1} = \frac{2.6^2 - 1.5^2}{1.1}$$

$$\frac{(2.6 - 1.5)(2.6 + 1.5)}{1.1} = \frac{1.1 \times 4.1}{1.1} = 4.1$$

Type – (3)

घनान्तर तथा घनमूल पर आधारित प्रश्न

(14) $\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3}$ को सरलीकृत कीजिए ।

(a) $\frac{625}{16}$ (b) $\frac{625}{8}$

(c) $\frac{625}{32}$ (d) $\frac{16}{625}$

उत्तर – (a)

व्याख्या –

$$\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3} = \left\{\left(\frac{2}{5}\right)^3\right\}^{-4/3}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = \frac{625}{16}$$

(15) $\frac{1.8 \times 1.8 \times 1.8 - 1.3 \times 1.3 \times 1.3}{1.8 \times 1.8 \times 1.8 \times 1.3 \times 1.3 \times 1.3}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) 0.5 (b) 0.6
(c) 0.7 (d) 0.8

उत्तर – (a)

व्याख्या –

$$\frac{1.8 \times 1.8 \times 1.8 - 1.3 \times 1.3 \times 1.3}{1.8 \times 1.8 + 1.8 \times 1.3 + 1.3 \times 1.3}$$

$$= \frac{1.8^3 - 1.3^3}{1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2}$$

$$= \frac{(1.8 - 1.3)(1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2)}{(1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2)}$$

$$1.8 - 1.3 = 0.5$$

Toppersnotes Unleash the topper in you

(16) $(2.7^3 - 1.7^3) \div (2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) 2.0 (b) 0.5
(c) 1.0 (d) 0.7

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$(2.7^3 - 1.7^3) \div (2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)$

$$= \frac{(2.7 - 1.7)(2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)}{(2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)}$$

=2.7 - 1.7 = 1.0

(17) $0.008 + 0.027 - 0.125 + 0.09$ का मान ज्ञात कीजीए ।

(a) 1 (b) 5
(c) 2 (d) 0

उत्तर - (d)
व्याख्या -

$$0.008 + 0.027 - 0.125 + 0.09 = (0.2)^3 + (0.3)^3 + (-0.5)^3 - 3 \times 0.2 \times 0.3 - 0.5 = 0$$

क्योंकि 0.2 + 0.3 + (-0.5) = 0

Type – (4)

प्रतिशत तथा भिन्नों पर आधारित

(18) $12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{6}$ का मान क्या है ?

(a) 36 (b) 37
(c) 39 (d) 38

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{6}$$

$$= 3 \times 12 + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right]$$

$$= 36 + \left[\frac{3 + 2 + 1}{6}\right]$$

$$= 36 + \frac{6}{6} = 36 + 1 = 37$$

(19) यदि $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ तो x का मान है:

(a) 5 (b) 7
(c) 6 (d) 8

उत्तर - (b)

व्याख्या -

दिया है

$2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ ($x - 1$ और $x + 1$ में 2 का अंतर होगा)

$2^{x-1}(1 + 4) = 320$

(अत: 2^{x-1} $common$ लेने पर)

$2^{x-1}\ 5 = 320$

$2^{x-1} = 64$

$2^{x-1} = 2^6$

घातांकों की तुलना करने पर

$x - 1 = 6$

$x = 7$

(20) यदि $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$, तो 3^{x-y} का मान क्या होगा ?

(a) 3 (b) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{27}}$

उत्तर – (c)
व्याख्या –

$3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27},$

$\therefore \quad 3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3 \times 3^{1/2}$

$3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3^{3/2}$

(घातों की तुलना करने पर)

$2x - y = \frac{3}{2} \ldots\ldots\ldots (i)$

($\because$ आधार समान हैं, अतः घातें भी बराबर होंगी)

तथा $x + y = \frac{3}{2} \ldots\ldots\ldots. (ii)$

समी. (i) एवं (ii)को जोडने पर

$3x = 2 \times \frac{3}{2}$

$x = 1$

x का मान समी. (ii) में रखने पर

$1 + y = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{2}$

$\therefore \quad 3^{x-y} = 3^{1-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sqrt{3}$

(21) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ बराबर है-

(a) -576 (b) 576
(c) 376 (d) -288

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$= (2^{-1})^{-2} \times (3^{-1})^{-2}(4^{-1})^{-2}$

$= 2^2 \times 3^2 \times 4^2$

$= 576$

(22) यदि $a = 2^{40}, b = 3^{30}$ तथा $c = 5^{20}$ हो, तो निम्न में कौन सही है ?

(a) $a < c < b$
(b) $a < b < c$
(c) $c < a < b$
(d) $b < c < a$

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$a = 2^{40} = 2^{8\times5} = (2^8)^5 = (256)^5$

$b = 3^{30} = 3^{6\times5} = (3^6)^5 = (729)^5$

$c = 5^{20} = 5^{4\times5} = (5^4)^5 = (625)^5$

स्पष्ट है कि-

$a < c < b$

अतः विकल्प (a) सही है।

(23) $3\frac{1}{2} - \left[2\frac{1}{4} \div \left\{1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)\right\}\right]$ का मान कितना है ?

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $2\frac{1}{2}$

(c) $3\frac{1}{2}$ (d) $9\frac{1}{2}$

उत्तर-(a)

व्याख्या-

$$3\frac{1}{2}-\left[2\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(1\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{7}{2}-\left[\frac{9}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{7}{2}-\left[\frac{9}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{9-2-1}{6}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{7}{2}-\left[\frac{9}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{6}{6}\right\}\right]$$

$$=\frac{7}{2}-\left[\frac{9}{4}\div\left(\frac{5-2}{4}\right)\right]$$

$$=\frac{7}{2}-\left[\frac{9}{4}\div\frac{3}{4}\right]$$

$$=\frac{7}{2}-\left[\frac{9}{4}\times\frac{4}{3}\right]$$

$$=\frac{7}{2}-3\Rightarrow\frac{1}{2}$$

(24) $\frac{2}{5}$ के $\frac{1}{2}+\left(\frac{7}{8}\times\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}$ का मान कितना होगा ?

(a) $\frac{43}{54}$ (b) $\frac{49}{60}$

(c) $\frac{45}{56}$ (d) $\frac{37}{48}$

उत्तर-(*)

व्याख्या- $\frac{2}{5}$ के $\frac{1}{2}+\left(\frac{7}{8}\times\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}$

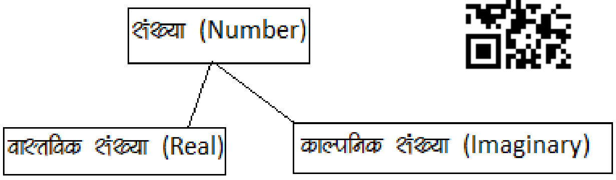
$=\frac{2}{5}$ के $\frac{1}{2}+\frac{7}{10}-\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\frac{3}{4}$

$$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{7}{10}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$$

$$=\frac{1}{5}+\frac{7}{10}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$$

$$=\frac{12+42-50+45}{60}=\frac{49}{60}$$

संख्या पद्धति (Number System)



जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है संख्या रेखा पर

$\sqrt{-21}, \sqrt{-1} = i$

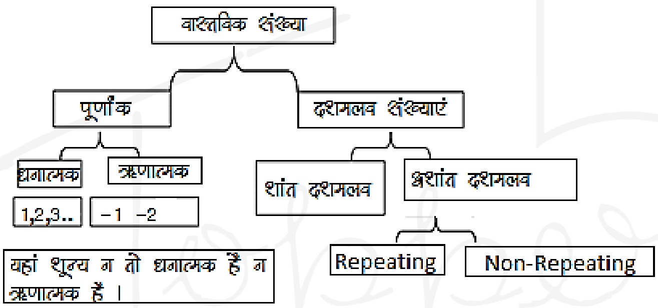
❖ **सम्मिश्र संख्याए Complex Number (z)-**

वास्तविक + काल्पनिक

$Z = a + i\,b$

जहां a = वास्तविक संख्या

b = काल्पनिक संख्या



शांत दशमलव:-

वे संख्याएं जो दशमलव के बाद कुछ अंको के बाद खत्म हो जाये जैसे- 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

अशांत दशमलव:- वे संख्याएं जो दशमलव के बाद चलते रहते है। ये दो तरह के हो सकते है ।

0.3333, 0.7777, 0.183183183...........

पुनरावृत्ति Repeating

○ जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक। इसे भिन्न में लिखा जा सकता है ।

Non Repeating Decimal

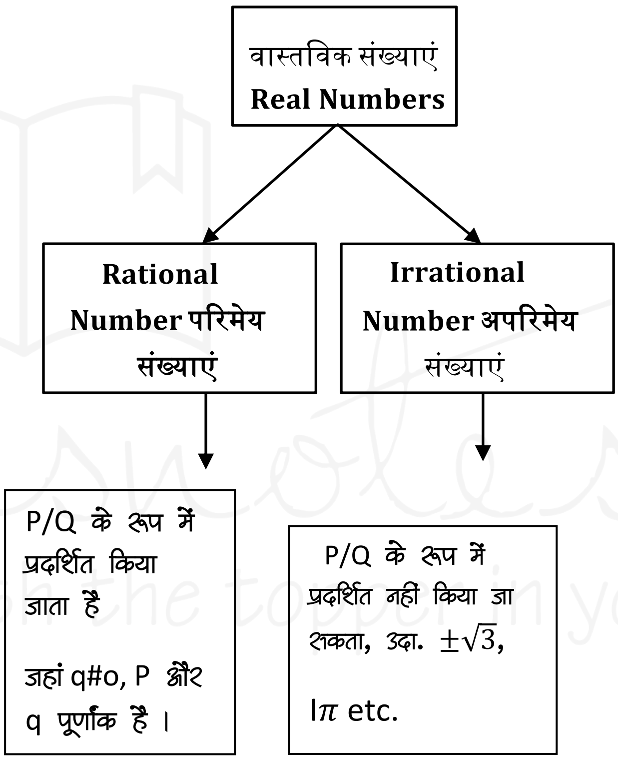
जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नही करती।

उदाहरण- 0.3187098312715..........

$\sqrt{3},\ \sqrt{7}, \sqrt{11},\ \pi$

❖ **अशांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएं :-**

1. 0.3333........... = $0.\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. 0.666............... = $0.\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
3. 0.387387387................ $0.\overline{387} = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
4. 0.848484................ $= 0.\overline{84} = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$



❖ **परिमेय (Rational) संख्याएं:-** वह संख्याएं जिन्हें P/ Q के रूप में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए

उदाहरण 2/3, 4/5, $\frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

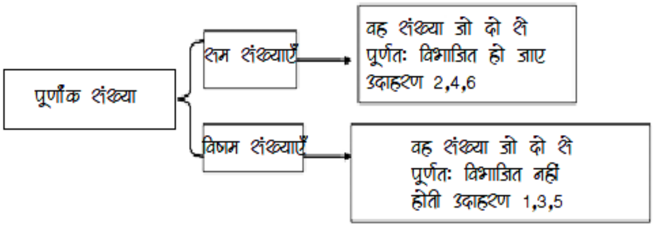
❖ **अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ :-** इन्हें P/ Q के रूप में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण $\sqrt{2},\ \sqrt{3}, \sqrt{11},\ \sqrt{19},\ \sqrt{26}$ … …

संख्या पद्धति (Number System)

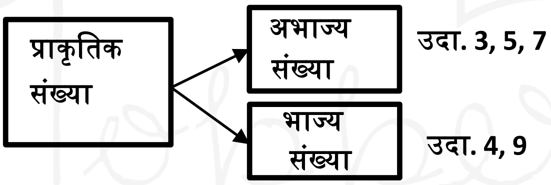
❖ प्राकृतिक संख्याए ⟶ धनात्मक संख्याएं (1, 2, 3……)

❖ पूर्ण संख्याएं ⟶ शून्य+ धनात्मक पूर्णांक (0,1, 2, 3……)



➢ शून्य भी सम संख्या है।

- ❖ सम ± सम ⟶ सम संख्या (4+6 ⟶ 10)
  - सम ± विषम ⟶ विषम संख्या (4+5 ⟶ 19)
  - विषम ± विषम ⟶ सम संख्या (3+5 ⟶ 8)
- ❖ सम X विषम ⟶ सम संख्या (2X3 ⟶ 6)
- ❖ सम X सम ⟶ सम संख्या (4X4 ⟶ 16)
- ❖ विषम X विषम ⟶ विषम संख्या (3X3 ⟶ 9)



➢ अभाज्य संख्याएं- वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे- 5 = 1 × 5 (only गुणनखण्ड)

➢ भाज्य संख्याएं- जो संख्याएं अभाज्य नहीं है यानि उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होंगे। जैसे- 9 = 1×3×3 (तीन गुणनखण्ड)

➢ शून्य ना तो भाज्य ना ही अभाज्य संख्या होती है ।

➢ अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers)- जिसके सिर्फ दो form हो-1 × संख्या

जैसे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

जहां 1 अभाज्य संख्याएँ नहीं है।

2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोडा है।

1-50 तक कुल 15 अभाज्य संख्याएँ है।

51-100 तक कुल 10 अभाज्य है।

अतः 1-100 तक कुल 25 अभाज्य है।

➢ सह अभाज्य संख्याएं:- वे संख्याएं जिनका HCF सिर्फ 1 हो ।

Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

➢ Perfect Number (परफेक्ट संख्या):- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डो में स्वयं उस संख्या को छोडकर)

Ex. 6 ⟶ 1, 2, 3 यहां ⟶ 1+2+3 ⟶ 6

28 ⟶ 1, 2, 4, 7, 14 ⟶ 1+2+4+7+14 28

➢ प्रत्यक्ष मान और स्थानीय मान:-

Ex. 24175321

यहां 7 ⟶ का प्रत्यक्ष मान ⟶ 7 होगा

स्थानीय मान ⟶ 70000 होगा

अंक के बाद जितनी अंको की संख्या उतने शून्य रख दो।

इकाई का अंक (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बडी होने पर इकाई का अंक होगा-

$(___0)^n - 0$

$(___1)^n - 1$

$(___5)^n - 5$

$(___6)^n - 6$

उदाहरण - $5^{420} + 6^{538}$

उत्तर :- ______ (5+6) = ____1 Unit digit

$(___4)^n$ n = विषम संख्याएं तब 4 (इकाई)

$(___4)^n$ n = सम संख्याएं तब 6 (इकाई)

$(___9)^n$ जहां (n = विषम) ⟶ 9

$(___9)^n$ जहां (n = सम) ⟶ 1

उदाहरण:- $(9)^{134} + (4)^{111} \longrightarrow 1 + 4 = 5$ होगा

उत्तर -

$(2,3,7,8)^n$ इसमें चार तरह के उत्तर हो सकते है।

1. $\frac{n}{4}$ = 1 शेषफल क्रमशः (2,3,7,8)

2. $\frac{n}{4}$ = 2 शेषफल क्रमशः (4,9,9,9)

3. $\frac{n}{4}$ = 3 शेषफल क्रमशः (8,7,3,2)

4. $\frac{n}{4}$ = 0 शेषफल क्रमशः (6,1,1,6)

उदाहरणः–

$(259)^{146} - (123)^{43}$

$(9)^{146} - (3)^{43}$

$1 - (3)^3$

$1 - 7 = -6$ या $-6 + 10 = 4$ (unit digit)

➢ भाज्यता के नियमः– निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं

2 → जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण भाजित हो तो संख्या भी 2 से पूर्ण विभाजित होती है।

4 → आखिरी दो अंक 4 से विभाजित होनी चाहिए।

8 → आखिरी तीन अंक 8 से विभाजित होने चाहिए।

16 → आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए।

उदाहरणः–

संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नही–

उत्तर– 28754 में आखिरी अंक = $\frac{4}{2}$ = अतः 2 पूर्ण विभाजित है ।

अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी।

3→ संख्या के सभी अंको का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए

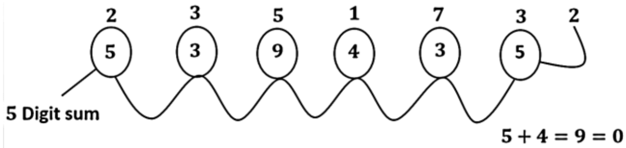
9→ संख्या के सभी अंको का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए ।

उदाहरणः–1

संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल क्या होगा ?

उत्तर– $\frac{2351732}{9}$ ⟶ Digit sum- 2 + 3 + 5 + 1 + 7 + 3 + 2 = $\frac{23}{9}$ = 5 शेषफल

Digit sum ⟶ किसी संख्या के Digit (अंको) को जोडना



5 ⟶ आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 ⟶ 2×3 (सह अभाज्य संख्या)
- ⟶ 2 से भाजकता का नियम देखता है
- ⟶ 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है ।

उदाहरणः–

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नही जांच करो–

उत्तर – हम जानते है 18 ⟶ 9 × 2

संख्या के अंकों का योग 9 से विभाजित हो

जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो

अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➢ (7, 11, 13)

7,11,13→ संख्या का पीछे से 3-3 का जोडाबनायेंगे फिर उन जोडो का अन्तर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए या 0 होना चाहिए तो वे संख्याए 7, 11, 13 से विभाजित होगी।

11 → दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंको का जोड, विषम स्थान पर अंको के जोड का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण विभाजित होगी ।

7 → संख्या के आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देंगे, उत्तर अगर 7 से विभाजित है तो संख्या भी होगी।

➢ यदि एक संख्या 467 x 893 है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है–

3 के लिएः– हम जानते है कि संख्या के सभी अंको का योग यदि 3 से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

467x893

4+6+7+ x 8+9+3 ⟶ $\frac{37+x}{3}$

= $\frac{1+x}{3}$ यहां x ⟶ 2, 5, 8 हो सकते हैं।

अतः x के मान संभव हैं- 2, 5, 8

➢ यदि संख्या 875x321 9 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

875x321

digit sum ⟶ $\frac{8+x}{9}$ ⟶ x के

1 मान संभव है ।

शेषफल प्रमेय

हम जानते है कि जब हम किसी संख्या में किसी संख्या का भाग लगाते हैं तो

भाजक) $\frac{\text{भाज्य}}{\text{शेषफल}}$ (भागफल

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

उदाहरण:-

5) 51 (10
50
1

अतः 51= 5×10+1 जहां 1 शेषफल है।

➢ शेषफल हमेशा भाजक से छोटा होता है ।

अगर $\frac{51}{5}$ → 5×10+1 धनात्मक शेषफल
→ 5×11-4 ऋणात्मक शेषफल

इसी प्रकार शेषफलों का जोडा

(1) $\frac{70+40}{13}$ (5, 1) = 6 शेषफल या $\frac{70+40}{13}$ (5, −12) = ⑦/⑥

(−8) (1)   −8 −12 (−7)/(6)

(2) $\frac{70+40}{13} = -7 / 6$ या $\frac{70+40}{13}$

- शेषफलों का गुणा -

$\frac{80 \times 105}{11}$ (③ ⑥) = ③×⑥ = $\frac{18}{11}$ = ⑦ ← शेषफल

$\frac{80 \times 105}{11}$ (③ ⊖5) = $\frac{-15}{11}$ = ⑦

$\frac{80 \times 105}{11}$ (−8, −5) = $\frac{40}{11}$ = 7 ← (-4) + 11

$\frac{80 \times 105}{11}$ (⊖8 ⑥) = $\frac{-48}{11}$ = -4 + ⑪ = ⑦

❖ Fermat Theorem: $\frac{x^{p-1}}{P}$ जहां P एक prime number, (x,p) सह अभाज्य संख्याएं (Coprime number) $\frac{x^{p-1}}{P}$ = 1 शेषफल, HCF (x,p)= 1

उदाहरण:-

➢ $\frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{P}$ = **1** शेषफल

➢ $\frac{64^{30}}{31}$ = **1** शेषफल होगा

❖ 1.

$\frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} \text{X } 4^7$

−1 −1 −1

$\frac{1X4^7}{17} = \frac{4X16X16X16}{17} = -4$ या **13**

Type-II बडी घात को टुकडो में तोडकर

➢ $\frac{ax+k^n}{a} = k^n$ (शेषफल)

➢ $\frac{ax-k^n}{a} = (-k)^n$(शेषफल)

उदाहरण:-

1. $\frac{(25)^9}{24}$

$\frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 =$ (शेषफल)

2. $\frac{(39)^{25}}{40}$

$\frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1$शेषफल या 39 होगा।

जैसे कि 7^{101} को 48 से विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा-

➢ $\frac{(7)^{101}}{48} = \frac{(7^2)^{50}.7}{48}$

$= \frac{49^{50} \times 7}{48}$

$= \frac{1^{50}.7}{48} = 7$ शेषफल

Note $\frac{4^n}{6}$ format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा, (n>o)

पूर्ण वर्ग संख्याः-

इकाई अंक जो वर्ग के हो सकते है -

	जो नहीं हो सकते
➢ 0	2
➢ 1	3
➢ 4	7
➢ 5 or 25	8
➢ 6	
➢ 9	

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोटः- अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी-

1. 21904
2. 22903
3. 21917
4. 35405

व्याख्याः- यहाँ इकाई अंक किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के आखिर में 5 आ सकता है लेकिन अकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा ।

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो कि 148 का वर्ग है ।

Q. 1 एक बगीचे में कुल 36562 गमले है उन गमलों की सजावट कर वर्ग बनाना है । तो बताइये इनमें से कितने गमले हटाये जाये कि एक पूर्ण वर्ग बन जाए ।

(a) 36 (b) 65 (c) 81 (d) 97

उत्तर - 36562 में से

(1) 36 घटाने पर, 26 आखिर में आता है जो किसी भी वर्ग में नहीं होता ।

(2) 65 घटाने पर, 97 जो किसी भी वर्ग में नहीं आता।

(3) 81 घटाने पर, यही सही उत्तर होगा ।

(4) 97 घटाने पर, 65 किसी के आखिर में नहीं आता 25 आता है हमेशा ।

Q. 2 पूर्ण वर्ग संख्या कौनसी होगी -

(A) 17343 - 3 किसी भी वर्ग के अन्त में नहीं होता x

(B) 987235 - 5 से पहले हमेशा 2 होता है x

(C) 976366 - 6 से पहले हमेशा विषम संख्या होती है किसी वर्ग में x

(D) 106276 - यह सही होगी ।

Binary and decimal में बदलना

Binary संख्या पद्धति	Decimal संख्या पद्धति
B ⟶ D	1 11 "
0 ⟶ 0	2 12 "
1 ⟶ 1	3 13 "
10 ⟶ 2	4 14 "
11 ⟶ 3	5 15 "
100 ⟶ 4	6 16 "
101 ⟶ 5	7 17 "
110 ⟶ 6	8 18 "
111 ⟶ 7	9 19 "
1000 ⟶ 8	10 20 "
1001 ⟶ 9	
1010 ⟶ 10	