Toppersnotes
Unleash the topper in you

UP – PGT

स्नातकोत्तर शिक्षक

उत्तर प्रदेश माध्यमिक शिक्षा सेवा चयन बोर्ड

गणित

भाग – 4

SIERRA INNOVATIONS

Index

Numerical Analysis		
1.	**Numerical Analysis**	1
2.	**Linear Programming Problems**	32
3.	**Duality**	46
4.	**Convex Sets**	51
5.	**Hyperplane**	53
6.	**Assignment Problems**	55
7.	**Travelling Salesman Problem**	60
8.	**Circle**	116
9.	**Parabola**	135
10.	**Ellipse**	161
11.	**Probability**	175
12.	**Theory of Equation**	192
13.	**Mechanics**	212
14.	**Generalization**	217
15.	**Catenary**	228
16.	**Dynamics**	237

Toppersnotes
Unleash the topper in you

☆ Theory of Equation

☆ सांश्लेषिक भाग ⇒ एक बहुपद को द्विपद से भाग देने पर भागफल & शेषफल ज्ञात करना।

Let बहुपद $f_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ को द्विपद $x-h$ से भाग देने पर भागफल $(Q = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + b_2x^{n-3} + \dots + b_{n-1})$ & शेषफल R है।

$\therefore a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = (b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \dots + b_{n-1})(x-h) + R$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = (x-h)Q + R}$

इसे सुविधापूर्वक निम्न प्रकार लिख सकते हैं—

	a_0	a_1	a_2	a_3	$\dots$	a_{n-1}	a_n
h		b_0h	b_1h	b_2h	$\dots$	$b_{n-2}h$	$b_{n-1}h$
	b_0	b_1	b_2	b_3	$\dots$	b_{n-1}	R

Ex:- $x^3 - 6x^2 + 11x + -6$ को $(x+1)$ से भाग देने पर भागफल & शेषफल = ?

Soln

	1	−6	11	−6
−1		−1	7	−18
	1	−7	18	−24
	b_0	b_1	b_2	R

अतः भागफल = $x^2 - 7x + 18$
शेषफल = -24

अतः $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x+1)(x^2 - 7x + 18) + (-24)$

↑ भागफल ↑ शेषफल

Toppersnotes
Unleash the topper in you

★ समी. जिसके मूल दिये हों — समी. जिसके मूल α, β हैं —

$(x-\alpha)(x-\beta) = 0$ अर्थात $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

⇒ समी. जिसके मूल α, β, γ हों —

$(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0$

$\Rightarrow x^3 - (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$

⇒ समी. जिसके मूल $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n$ हों —

$(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots\ldots(x-\alpha_n) = 0$

या $x^n - (\Sigma\alpha_i)x^{n-1} + \left(\sum_{i\neq j}\alpha_i\alpha_j\right)x^{n-2} + \ldots + (-1)^n(\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n) = 0$

★ समी. के मूलों व गुणांकों में सम्बन्ध ⇒

(i) यदि द्विघात समी. $ax^2+bx+c=0$ के मूल α, β हों then —

(a) $\alpha+\beta = -b/a$

(b) $\alpha\cdot\beta = c/a$

(c) $ax^2+bx+c = a(x-\alpha)(x-\beta)$

(ii) घनीय समी. $ax^3+bx^2+cx+d=0$ के मूल α, β, γ हों then —

(i) $\alpha+\beta+\gamma$ या $\Sigma\alpha = -\frac{b}{a}$ $\left(-\frac{x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}\right)$

(ii) $\Sigma\alpha\beta$ या $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = \frac{c}{a}$

(iii) $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

(iv) $ax^3+bx^2+cx+d = a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

✯ चार घातीय (या द्विघातीय) समी. ⇒

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ के मूल $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ हों then—

(i) $\Sigma\alpha = \alpha+\beta+\gamma+\delta = -\frac{b}{a}$

(ii) $\Sigma\alpha\beta = \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\delta+\alpha\delta+\beta\delta+\alpha\gamma$ $(\because {}^4C_2 = 6)$
$= \frac{c}{a}$

(iii) $\Sigma(\alpha\beta\gamma) = \alpha\beta\gamma + \alpha\beta\delta + \alpha\gamma\delta + \beta\gamma\delta$ $({}^4C_3 = 4)$
$= \frac{-d}{a}$

(iv) $\alpha\beta\gamma\delta = \frac{e}{a}$

(v) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)$ के

✯ n घातीय समी. ⇒

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots a_rx^{n-r} + \cdots a_{n-1}x + a_n = 0$
के मूल $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n$ हों then—

(i) $\Sigma\alpha_1 = -\frac{a_1}{a_0}$ $\left(\frac{x^{n-1} \text{ का गुणांक}}{x^n \text{ का गुणांक}}\right)$

(ii) $\Sigma\alpha_1\alpha_2 = \frac{a_2}{a_0}$ $\left(\frac{x^{n-2} \text{ का गुणांक}}{x^n \text{ का गुणांक}}\right)$

(iii) $\Sigma\alpha_1\alpha_2\alpha_3 = -\frac{a_3}{a_0}$

(iv) $\Sigma(\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_r) = (-1)^r\frac{a_r}{a_0}$

(v) $\Pi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$ ($(-1)^n$ अचर पद / x^n का गुणांक)

(vi) $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_n)$

Q.11 समी. $ax^2+px+1=0$ & $x^2+qx+1=0$ के मूल (a,b) तथा (c,d) हैं then व्यंजक

$(a-c)(b-c)(a+d)(b+d)=0$

$\Rightarrow \{c^2-(a+b)c+ab\}\{d^2+(a+b)d+ab\}$

$\{\because a+b=-p,\ ab=1\}$

$\Rightarrow (c^2+pc+ab)(d^2-pd+ab)$

$\Rightarrow (pc-qc)(-pd-qd)$

$\Rightarrow (p-q)(p+q)(-cd)$

$\Rightarrow (p^2-q^2)(-1) = q^2-p^2$

$\{\because x^2+qx+1=0$ का $\Rightarrow$ मूल (c,d)

$\because (c+d)=-q \Rightarrow c^2+1=-cq$

$cd=1 \qquad d^2+1=-dq\}$

$\therefore c=1/d$

सत्यापन $\Rightarrow$ Let $a=-2$, $b=\frac{1}{2}$

Then $x^2+\frac{5}{2}x+1=0 \Rightarrow p=\frac{5}{2}$

Let $c=-3$, $d=-\frac{1}{3}$

Then $x^2+\frac{10}{3}x+1=0 \Rightarrow q=\frac{10}{3}$

Now by option $= q^2-p^2 = \frac{100}{9}-\frac{25}{4} = \frac{175}{36}$

then $(a-c)(b-c)(a+d)(b+d)$

$\Rightarrow (2+3)(-\frac{1}{2}+3)(-2-\frac{1}{3})(-\frac{1}{2}-3)$

$\Rightarrow \frac{5}{2}\cdot\left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{176}{36}$

Q.78 given $ax^2+bx+c=0$ के मूल rx, x हैं।

then $rx+x=-\frac{b}{a}$ — (1)

$rx \cdot x = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{c}{ar}$ — (2)

by (1) $\Rightarrow (r+1)x = -\frac{b}{a}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{+b^2}{a^2(r+1)^2}$

$\Rightarrow \frac{c}{ar} = \frac{b^2}{a^2(r+1)^2}$ (by 2)

$\Rightarrow \boxed{\frac{b^2}{ac} = \frac{(r+1)^2}{r}}$

सत्यापन — Let मूल 2 और 1 हैं। $\therefore r=2$

अ समी. $x^2-3x+2=0$ $\therefore a=1$

$b=-3$

$c=2$

Now $\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{9}{2}$

Now by option — (1) ✗ (2) $\frac{9}{2}$

(3) ✗ (4) ✗

★ समीकरणों का रूपान्तरण ⇒

समी. जिसके मूल दी समी. के मूलों के फलन से—

(1) यदि समी. $ax^2+bx+c=0$ के मूल α, β हों

then $f(\alpha), f(\beta)$ मूलों वाली समी. —

$a[f^{-1}(x)]^2 + b[f^{-1}(x)] + c = 0$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

Find x की ऐसी value ज्ञात है जिससे मूल समी. अर्थात $ax^2+bx+c=0$ & $a\beta^2+b\beta+c=0$ वापिस आ जाये।

(iii) यदि समी. $\phi(x)=0$ के मूल $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ हो,
here $\phi(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$
then $f(\alpha_1)\ f(\alpha_2) \ldots f(\alpha_n)$ मूलों वाली समी. —

$$\phi[f^{-1}(x)] = 0$$

Ex:- यदि समी. $ax^2+bx+c=0$ के मूल α, β हो then e^α, e^β मूलों वाली समी. —

$$a(\log x)^2 + b(\log x) + c = 0$$

{∵ here $x = e^\alpha$ रखेंगे तो वापिस मूल समी. $ax^2+Bx+C=0$ प्राप्त हो जायेगी।}

Ex:- $\log\alpha$, $\log\beta$ मूलों वाली समी. —

$$a(e^x)^2 + b(e^x) + c = 0$$

Q. यदि समी. $x^2-10x+24=0$ के मूलों
(i) के दो गुने मूलों वाली समी.
(ii) के आधे मूलों वाली समी.
(iii) वाली 2 कम मूलों वाली समी.
(iv) 2 अधिक मूलों वाली समी

Soln (i) ∵ दी समी. के मूल 4 & 6 हैं।
∴ 8 & 12 मूलों वाली समी. —

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

(ii) 2 व 3 मूलों वाली समी. ⇒ $x^2 - 5x + 6 = 0$

(iii) 2 व 4 मूलों वाली समी. ⇒ $x^2 - 6x + 8 = 0$

(iv) 6 & 8 — " — ⇒ $x^2 - 14x + 48 = 0$

II nd method रूपान्तरण विधि से —

(i) दो गुने मूलों वाली समी. ⇒ $x \longrightarrow x/2$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 10\left(\frac{x}{2}\right) + 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 96 = 0$$

(ii) आधे मूलों वाली समी. ⇒ $x \longrightarrow 2x$

$$(2x)^2 - 10(2x) + 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

(iii) रागी 2 कम मूलों वाली समी. ⇒ $x \longrightarrow x+2$

$$(x+2)^2 - 10(x+2) + 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

(iv) 2 अधिक मूलों वाली समी. ⇒ $x \longrightarrow x-2$

$$(x-2)^2 - 10(x-2) + 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

Hint – here $ax^2 + bx + c = 0$ में x की दी गई Value put करनी है जिससे $ax^2 + bx + c = 0$ हो जाये।

Q. समी. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ के मूलों के विपरीत मूलों वाली समी. ?

$x \longrightarrow -x$ ⇒ $-x^3 - 6(-x)^2 + 11(-x) - 6 = 0$

$$\Rightarrow x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

Imp:

Q. समी. $ax^3+bx+c=0$ के मूल α, β, γ हो, then $(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)(\alpha+\beta)$ मूलों वाली समी. ज्ञात करो।

Sol^n here $\alpha+\beta+\gamma=0 \Rightarrow \beta+\gamma=-\alpha$

$\gamma+\alpha=-\beta$

$\alpha+\beta=-\gamma$

Then $ax^3+bx+c=0$ के ऋणात्मक मूलों वाली समी. $\Rightarrow (x \to -x)$

$\Rightarrow a(-x)^3+b(-x)+c=0$

$\Rightarrow ax^3+bx-c=0$

Q. समी. $ax^2+bx+c=0$ के मूल α, β हो then α^2, β^2 मूलों वाली समी. = ?

Sol^n α^2, β^2 मूलों वाली समी. —

$x^2-(\alpha^2+\beta^2)x+\alpha^2\beta^2=0$ $\left\{\because \alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \alpha\beta=\frac{c}{a}\right\}$

$\Rightarrow x^2-\left(\frac{b^2}{a^2}-2\frac{c}{a}\right)x+\left(\frac{c}{a}\right)^2=0$ $\left\{\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\right\}$

$\Rightarrow \boxed{a^2x^2-(b^2-2ac)x+c^2=0}$

II nd method

$x \to \sqrt{x}$

$\Rightarrow a(\sqrt{x})^2+b\sqrt{x}+c=0$

$\Rightarrow (ax+c)^2=(-b\sqrt{x})^2$

$\Rightarrow a^2x^2+2acx+c^2=b^2x$

$\Rightarrow \boxed{a^2x^2-(b^2-2ac)x+c^2=0}$

Q. समी. $ax^2+bx+c=0$ के मूल α, β हो तो α^3, β^3 मूलों वाली समी. = ?

$x^2-(\alpha^3+\beta^3)x+\alpha^3\beta^3=0$

$\because \alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
$(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{b^3 - 3abc}{a^3}\right)x + \frac{c^3}{a^3} = 0$

$\Rightarrow \boxed{a^3x^2 + (b^3 - 3abc)x + c^3 = 0}$

$\because \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$= -\frac{b^3}{a^3} - \frac{3c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right)$

$= \frac{3abc - b^3}{a^3}$

II nd method

$a(\sqrt[3]{x})^2 + b(\sqrt[3]{x}) + c = 0$

$\Rightarrow a x^{2/3} + b x^{1/3} + c = 0$

$\Rightarrow (ax^{2/3} + bx^{1/3})^3 = (-c)^3$

$\Rightarrow a^3x^2 + b^3x + 3ax^{2/3}bx^{1/3}(ax^{2/3} + bx^{1/3}) = -c^3$

$\Rightarrow a^3x^2 + b^3x + 3abx(-c) = -c^3$

$\Rightarrow \boxed{a^3x^2 + (b^3x - 3abc)x + c^3 = 0}$

Ex: समी. $x^6 + 3x^5 - 4x^3 + 3x^2 - 7 = 0$ के दो गुने मूलों वाली समी. ?

$\Rightarrow$ first eq. complete करेंगे।

$\Rightarrow x^6 + 3x^5 + 0x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 0x + -7 = 0$

2 गुने मूलों वाली समी. $(x \to x/2) \Rightarrow$

$\Rightarrow x^6 + 2(3)x^5 + 0 \cdot 2^2 x^4 + -4 \cdot 2^3 x^3 + 3(2^4)x^2 + 0 \cdot 2^5 x - 7(2^6) = 0$

$\Rightarrow x^6 + 6x^5 + 0 - 32x^3 + 48x^2 + 0 - 7 \times 64 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x^6 + 6x^5 - 32x^3 + 48x^2 - 448 = 0}$

Ex:

① $3x^2 - 10x + 3 = 0$ व्युत्क्रम समी. है। bcoz $x \to 1/x$ में ये same रहेगा। (प्रथम वर्ग की)

② $x^5 - 5x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 5x - 1 = 0$ यह भी व्युत्क्रम समी. है। प्रारम्भ & अन्त से समान दूरी के गुणांक बराबर

Toppersnotes
Unleash the topper in you

8 चिह्न विपरीत हो तो यह द्वितीय वर्ग का व्युत्क्रम समी. है।

Q.26] $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$ के मूल = ?

x^2 से भाग देने पर -

$$x^2 - 10x + 26 - \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 10\left(x + \frac{1}{x}\right) + 26 = 0 \qquad \left(\text{Let } x + \frac{1}{x} = y\right)$$

$$\Rightarrow y^2 - 2 - 10y + 26 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0$$

अतः $\alpha = 6, \beta = 4$

$$\Rightarrow y^2 - 6y - 4y + 24 = 0$$

$$y(y-6) - 4(y-6) = 0$$

$$\Rightarrow y = 4, 6$$

Then $x + \frac{1}{x} = 4$

$$x^2 + 1 - 4x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

~~$\Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{}$~~

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$x + \frac{1}{x} = 6$

$$x^2 + 1 - 6x = 0$$

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(x-3)^2 = 8$$

$$\Rightarrow 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$x = 2 + \sqrt{3}, \frac{1}{2-\sqrt{3}}, 3 + 2\sqrt{2}, \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

Q.23] ∵ given eqⁿ — $x^5+x^4+x^3-x^2-x-1=0$

यह द्वितीय वर्ग की व्युत्क्रम समी. है। क्योंकि प्रारम्भ & अन्त से इसके गुणांक समान & चिन्ह विपरीत हैं।

∴ इसका एक गुणनखण्ड $(x-1)$ होगा।

अतः given समी. को $(x-1)$ से भाग देने पर—

	1	1	1	−1	−1	−1
1		2	2	3	2	1
	1	2	3	2	1	0

↑ R

अतः $x^5+x^4+x^3-x^2-x-1 = (x-1)(x^4+2x^3+3x^2+2x+1)$

Q.24] ∵ given eqⁿ — $x^5-x^4-x^3-x^2-x+1=0$

∴ दी गई समी. प्रथम वर्ग की व्युत्क्रम समी. है। क्योंकि इसमें प्रारम्भ से & अन्त से गुणनखण्डों गुणांक & उनके चिन्ह दोनो समान हैं।

∴ इसका गुणनखण्ड $(x+1)$ होगा। ($x=-1$ इसका एक मूल होगा)

	1	−1	−1	−1	−1	1
−1		−1	2	−1	2	−1
	1	−2	1	−2	1	0

$\Rightarrow x^4-2x^3+x^2-2x+1=0$

Q.25) ∵ given eqn $x^6+x^5+x^4-x^2-x-1=0$

∴ given eqn द्वितीय वर्ग की व्युत्क्रम समी. है। but इसमें समान दूरी पर स्थित गुणांकों के चिन्ह विपरीत हैं। अतः ये एक समघात समी. है। अतः इसे मानक रूप में बदलने के लिए (x^2-1) से भाग देना होगा।

$\Rightarrow (x^6-1)+(x^5-x)+(x^4-x^2)=0$

$\Rightarrow (x^6-1)+x(x^4-1)+x^2(x^2-1)=0$

$\Rightarrow (x^2-1)(x^4+x^2+1)+x(x^2-1)(x^2+1)+x^2(x^2-1)=0$

(x^2-1) से devide करने पर –

$(x^4+x^2+1)+(x^3+x)+x^2=0$

$\Rightarrow \boxed{x^4+x^3+2x^2+x+1=0}$

Q. If eqn. $x^3 - (x^2 + 11x - 6) = 0$ $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ के मूलों से 4 कम मूलों वाली समी. = ?

Sol^n $\Rightarrow$ $x \to x+4$ if $x = \alpha, \beta, \gamma$

$\therefore$ 4 कम $\Rightarrow x = \alpha-4, \beta-4, \gamma-4$

$\Rightarrow (x+4)^3 - 6(x+4)^2 + 11(x+4) - 6 = 0$

$\Rightarrow x^3 + 64 + 3x^2(4) + 3x(16) - 6(x^2 + 8x + 16) + 11x + 44 - 6 = 0$

$\Rightarrow x^3 + 64 + 12x^2 + 48x - 6x^2 - 48x - 96 + 11x + 44 - 6 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0}$

Direct

$\because$ given eqn के मूल = 1, 2, 3

4 कम मूलों वाले समी. = $-3, -2, -1$

अर्थात् ऋणात्मक मूलों वाली समी. —

$(x+1)(x+2)(x+3) = 0$

$\Rightarrow x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$

Shortcut ऋणात्मक मूलों वाली समी. —

$(-x)^3 - 6(-x)^2 + 11(-x) - 6 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0}$

III method

	1	−6	11	−6
4		4	−8	12
	1	−2	3	6 ← A_3
4		4	8	
	1	2	11 ← A_2	
4		4		
	1	6 ← A_1		
	A_0			

$(x-4)(x^2-2x+3)+6$

$(x-4)^2(x-2x+3)+11$

$\Rightarrow \boxed{y^3 + 6y^2 + 11y + 6 = 0}$

Ex: समी. $x^4 - 8x^3 + x^2 - x + 3 = 0$ से दूसरे पद का विलोप कि?

दी समी. को h राशि कम मूलों वाली समी. में बदलते हैं। $(x \to x+h)$

$\Rightarrow (x+h)^4 - 8(x+h)^3 + (x+h)^2 - (x+h) + 3 = 0$

$\Rightarrow (x^4 + 4x^3h + 6x^2h^2 + 4xh^3 + h^4) - 8(x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3) + (x^2 + 2hx + h^2) - x - h + 3 = 0$

$\Rightarrow x^4 + (4h - 8)x^3 + (6h^2 - 24h + 1)x^2 + (4h^3 - 3(8)h^2 + 2h - 1)x + (h^4 + 8h^3 + h^2 - h + 3) = 0$ ——— (1)

∵ दूसरा पद x^3 का गुणांक है।

$\therefore 4h - 8 = 0$

$h = 2$

$h = 2$ समी. (1) में put —

(x^3 के गुणांक जगह 0 है)

$\Rightarrow \boxed{x^4 - 12x^2 - 6x + 43 = 0}$

Q.) समी. $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ का हिंदक गुणांक सहित लिखो।

∵ ${}^4C_0 = 1$
${}^4C_1 = 4$
${}^4C_2 = 6$
${}^4C_3 = 4$
${}^4C_4$

Sol^n $1 \cdot x^4 + 4(-3)x^3 + 6 \cdot 8 \cdot x^2 + 4(-18)x + 1 \cdot 35 = 0$

$\Rightarrow x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$

here $a_0 = 1, a_1 = -3, a_2 = 8, a_3 = -18, a_4 = 35$

$\Rightarrow a_0x^4 + 4 \cdot a_1x^3 + 6a_2x^2 + 4a_3x + a_4 = 0$

Q.72) If eqn. $x^n + P_1 x^{n-1} + P_2 x^{n-2} + \dots + P_n = 0$ के मूल $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ हैं, then मूल $\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \dots + \frac{1}{\alpha_n}$ equal है → ?

∵ दी समी. के व्युत्क्रम मूलों वाली समी. →

$P_n x^n + P_{n-1} x^{n-1} + \dots + P_1 x + 1 = 0$

इस समी. के मूलों का योग – $\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \dots + \frac{1}{\alpha_n} = \frac{-P_{n-1}}{P_n}$

Q.73) eqn. $5x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1 = 0$ को इकाई गुणांक वाले प्रथम पद & अन्य पूर्णांक गुणांक वाले समी. में रूपान्तरित करने पर प्राप्त समी. = ?

$$5x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - \frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{20}x + \frac{1}{5} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^3}{1000} - \frac{30x^2}{10} - \frac{300x}{20} + \frac{1000}{5}$$ (1/10 गुने मूलों वाली समी.)

$$\Rightarrow \boxed{x^3 - 3x^2 - 15x + 200 = 0}$$

Ex– eqn. $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{3} = 0$

∵ लघुत्तम 6 है। अतः 1/6 गुने मूलों वाली समी. लिखेंगे।

$$\Rightarrow x^3 - \frac{3}{2} \times 6x^2 - \frac{5}{6} \times 6^2 x + \frac{1}{3} \times 6^3 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^3 - 9x^2 - 30x + 72 = 0}$$