



C-TET

सेंट्रल टीचर एलिजिबिलिटी टेस्ट

CENTRAL BOARD OF SECONDARY EDUCATION

उच्च प्राथमिक स्तर (विज्ञान)

भाग - 3

गणित



Index

Mathematics for - CTET

(1) Number System(संख्या पद्धति)	1
(2) Decimal fraction (दशमलव भिन्न)	14
(3) Indices and surds (घातांक एवं कश्णी)	22
(4) Polynomials (बहुपद)	50
(5) Algebraic Identities (बीजगणितीय तदात्म्य)	60
(6) Simple Interest (साधारण ब्याज)	77
(7) Compound Interest (चक्रवृद्धि ब्याज)	85
(8) LCM & HCF (लघुत्तम समापवर्तक एवं महत्तम समापवर्तक)	95
(9) Statistics (सांख्यिकी)	105
(10) Percentage (प्रतिशतता)	111
(11) Ratio & Proportion (अनुपात एवं समानुपात)	126
(12) Simplification (सरलीकरण)	132
(13) Time, Distance & Train (समय, दूरी एवं रेलगाडी)	143
(14) Time & work (समय और कार्य)	154
(15) Geometry (ज्यामितीय)	165
(16) Profit, Loss & Discount (लाभ-हानि व बट्टा)	191
(17) Mensuration (क्षेत्रमिति)	213
(18) Probability (प्रायिकता)	261
(19) Equations (यगुपत, वर्ग, रेखिक, चर-अचर)	272
(20) Boat & Streams (नाव एवं धारा)	282
(21) Teaching Methods or Pedagogy (अध्यापन विधि)	289

NUMBER SYSTEM

संख्या पद्धति

NUMBER SYSTEM

सम संख्याये (Even numbers) \Rightarrow जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त हो जाये उन्हें सम संख्याये कहते हैं।

जैसे- 32, 46, 54, 90, 90 आदि

विषम संख्याये (Odd numbers) \Rightarrow जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त न हो जाये तो उसे विषम संख्याये कहते हैं। जैसे- 23, 25, 27, 29, 31 आदि

अभाज्य संख्याये (Prime numbers) \Rightarrow ऐसी प्राकृत संख्याये जिसके दो तथा केवल दो गुणखण्ड हो। अभाज्य संख्याये कहलाती हैं।

जैसे - 100 से कम सभी अभाज्य संख्याये नीची दी गई हैं।

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 इनकी संख्या 25 है।

पूर्णा संख्याये \Rightarrow (Whole numbers)

0 से अनन्त तक संख्याये को पूर्ण संख्या कहते हैं।

{1, 2, 3, 4, 5, 6 - - - - -}

• सबसे छोटी पूर्ण संख्या = शून्य है।

प्राकृतिक संख्याये \Rightarrow (Natural numbers)

{1, 2, 3, 4, 5 - - - - - ∞ }

जातीय मान (Local Value)

किसी दी संख्या में किसी अंक का जातीय मान उसका अपना मान है चाहे वह किसी भी स्थान पर क्यों न हो

जैसे - संख्या 63578 में 3 का जातीय मान 3 है
6 का जातीय मान 6 है।

स्थानीय मान (Place Value)

किसी की गई संख्या में -

इकाई अंक का स्थानीय मान = (इकाई अंक $\times 1$)

दहाई अंक का स्थानीय मान = (दहाई अंक $\times 10$)

सैकड़ अंक का स्थानीय मान = (सैकड़ का अंक $\times 100$) आदि

उदा० \Rightarrow संख्या 32567809 में निम्न अंकों का स्थानीय मान बता लीजिये ?

(i) 3 (ii) 5 (iii) 7 (iv) 8 (v) 0

सल \rightarrow इनके तालिका में लिखने पर =

अंक	दसलाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़	दहाई	इकाई
3	2	5	6	7	8	0	9

3 का स्थानीय मान = $3 \times 10000000 = 30000000$

5 का स्थानीय मान = $5 \times 100000 = 500000$

7 का स्थानीय मान = $7 \times 1000 = 7000$

8 का स्थानीय मान = $8 \times 100 = 800$

0 का स्थानीय मान = $0 \times 10 = 0$

कुछ विशेष सूत्र

- (i) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
(ii) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
(iii) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
(iv) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
(v) $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$
(vi) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
(vii) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
(viii) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
(ix) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Toppernotes
Unleash the topper in you

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 6704 \times 706 + 6704 \times 214 = ? \\
 & = 6704 \times (706 + 214) \\
 & = 6704 \times 1000 = \boxed{6704000}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & 0765 \times 974 - 0765 \times 074 = ? \\
 & = 0765 \times (974 - 074) \\
 & = 0765 \times 100 = \boxed{076500}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad & 1509 \times 1509 = ? \\
 & (1509)^2 = (1500 + 9)^2 \\
 & = (1500)^2 + (9)^2 + 2 \times 1500 \times 9 \quad [\because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab] \\
 & = 2250000 + 81 + 27000 \\
 & = \boxed{2277081}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \quad & 1994 \times 1994 = ? \\
 & (2000 - 6)^2 = \\
 & = (2000)^2 + 6^2 - 2 \times 2000 \times 6 \quad [\because (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab] \\
 & = 4000000 + 36 - 24000 \\
 & = 4000000 + 36 - 2400 = 4000036 - 24000 \\
 & = \boxed{3976036}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{5} \quad & 003 \times 003 - 117 \times 117 = ? \\
 & = (003)^2 - (117)^2 \quad [a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
 & = (003 + 117) (003 - 117) \\
 & = 1000 \times 766 = \boxed{766000}
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{703 \times 703 \times 703 + 217 \times 217 \times 217}{703 \times 703 - 703 \times 217 + 217 \times 217} = ?$$

दिया गया व्यंजक = $\frac{(703)^3 + (217)^3}{(703)^2 - 703 \times 217 + (217)^2}$

$$= \frac{(a^3 + b^3)}{(a^2 - ab + b^2)} \quad , \quad \begin{array}{l} \text{जहाँ } a = 703 \\ \text{तथा } b = 217 \end{array}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 + b^2 - ab)}{(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\Rightarrow (a+b) = (703 + 217) = \boxed{1000}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{693 \times 693 \times 693 - 303 \times 303 \times 303}{693 \times 693 - 693 \times 303 + 303 \times 303} = ?$$

दिया गया व्यंजक = $\frac{(693)^3 - (303)^3}{(693)^2 + (303)^2 + (693 \times 303)}$

$$= \frac{a^3 - b^3}{a^2 + b^2 + (ab)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{(a^2 + b^2 + ab)}$$

$$= (a-b)$$

$$= 693 - 303$$

$$= \boxed{390}$$

⑩ $(6 \times 8 \times 9 \times 2)$ में इकाई का अंश क्या होगा ?

हल → दी गई संख्याओं के इकाई अंशों का गुणनफल =

$$(6 \times 8 \times 9 \times 2) = 864$$

अतः अभीष्ट अंक = 4

⑪ $(3527)^{654}$ में इकाई अंक क्या होगा ?

हल → अभीष्ट अंक $(7)^{654}$ में इकाई अंक

$$= [(7^4)^{163} \times 7^2] \text{ में इकाई अंक}$$

$$= [1 \times 9] \text{ में इकाई अंक} = 49 = 9$$

$$\therefore \boxed{(3527)^{654} \text{ में इकाई अंक} = 9.}$$

⑫ $(765 \times 641 \times 357)$ में इकाई अंक क्या है ?

$$765 \text{ का इकाई अंक} = (7^4)^6 \times 5 \text{ का इकाई अंक} = (1 \times 5) = 5$$

$$641 \text{ का इकाई अंक} = 1$$

$$357 \text{ का इकाई अंक} = (3^4)^1 \times 7 \text{ का इकाई अंक} = (81 \times 7) = 3$$

$$\text{अभीष्ट अंक} = (5 \times 1 \times 3) \text{ का इकाई अंक} = 15 \text{ का इकाई अंक} = 5$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & \left(1\frac{1}{2} + 11\frac{1}{2} + 111\frac{1}{2} + 1111\frac{1}{2} \right) = ? \\
 & = \left(1 + \frac{1}{2} + 11 + \frac{1}{2} + 111 + \frac{1}{2} + 1111 + \frac{1}{2} \right) \\
 & = \left(1 + 11 + 111 + 1111 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \\
 & = (1234 + 1 + 1) \\
 & = \boxed{1236} \text{ ans}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & \left[\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} \right] = ? \\
 & \left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right] \\
 & \left[1 - \frac{1}{100} \right] \\
 & \text{ans } \left[\frac{99}{100} \right]
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{19^2} \right) \left(1 - \frac{1}{20^2} \right) = ?$$

$$\begin{aligned}
 & \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{19} \right) \left(1 + \frac{1}{19} \right) \left(1 - \frac{1}{20} \right) \left(1 + \frac{1}{20} \right) \\
 & \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \dots \frac{18}{19} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{20} \\
 & = \frac{1}{2} \times \frac{21}{20} \\
 & = \frac{21}{40} = \boxed{0.525}
 \end{aligned}$$

संख्या 536407 में निम्न अंकों के जातीय मान लिखिये?

- (i) 5 (ii) 4 (iii) 0.

5 का जातीय मान = 5

4 का जातीय मान = 4

0 का जातीय मान = 0

विभक्ति के नियम

संख्याओं में भाग संक्रिया (Division on numbers)

माना किसी संख्या a को संख्या b से विभक्त करने पर भागफल q तथा शेषफल r हों तब —

a = भाज्य (dividend)

b = भाजक (divisor)

q = भागफल (quotient)

r = शेषफल (remainder)

$$b \overline{) a} \begin{matrix} q \\ r \end{matrix}$$

$$\text{भाज्य} = (\text{भाजक} \times \text{भागफल}) + \text{शेषफल}$$

विभक्त तीन के नियम →

2 से - यदि किसी सं० का अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो, तो वह सं० 2 से पूर्णतया विभक्त होगी

3 से - यदि दी गई सं० के सभी अंकों का योग 3 से पूर्णतया विभक्त हो जाये

4 से - यदि दी गई सं० के अन्तिम दो अंक 4 से पूर्णतया विभक्त हों।

5 से - यदि दी गई सं० के इकाई का अंक 5 अथवा 0 हो।

6 से - यदि दी गई सं० 2 और 3 दोनों से पूर्णतया विभक्त हो।

7 से - यदि इकाई अंक जो होकर शेष बची सं० में से इकाई का दोगुना घटा देने पर बची सं० 7 से विभक्त तो दी गई सं० 7 से विभक्त होगी।

8 से - यदि दी गई सं० के अन्तिम तीन अंक 8 से पूर्णतया विभक्त हों।

9 से - यदि दी गई सं० के सभी अंकों का योग 9 से पूर्णतया विभक्त हो।

10 से - यदि दी गई सं० का अन्तिम अंक शून्य हो।

11 से - कोई भी सं० 11 से विभाजित होगी यदि उसके सम स्थान के अंकों का योग का अन्तर या तो 0 हो या 11 से विभाजित हो।

① 1043 को किसी संख्या से भाग देने पर भागफल 11 तथा शेषफल 20 प्राप्त होता है। भाजक ज्ञात कीजिये ?

दिया \Rightarrow यहाँ भाज्य = 1043
 भागफल = 11
 शेषफल = 20

$$\text{भाजक} = \frac{(\text{भाज्य}) - (\text{शेषफल})}{\text{भागफल}} = \frac{1043 - 20}{11} = \frac{1023}{11} = \boxed{93}$$

② 1000 में दहरी से दहरी संख्या जोन-सी धराई जाये कि शेष बची संख्या 19 से पूर्णतया विभक्त हो जाये ?

दिया. 1000 को 19 से भाग देने पर शेषफल = 12

$$\begin{array}{r}
 19 \overline{) 1000} \quad (52 \\
 \underline{95} \\
 50 \\
 \underline{38} \\
 12
 \end{array}$$

अमीद्वय संख्या = 12

③ किसी सं० को 195 से भाग देने पर 47 शेषफल है इस सं० को 15 से भाग देने पर

शेष क्या बचेगा ?

दिया- माना की गई संख्या को भाग देने पर भागफल = 9
 तथा शेषफल = 47

$$\begin{aligned}
 \text{तब दी गई संख्या} &= 195 \times 9 + 47 \\
 &= 15 \times (139) + 15 \times 3 + 2 \\
 &= 15 \times (139 + 3) + 2
 \end{aligned}$$

अतः इस सं० को 15 से भाग देने पर
 भागफल = 2

Exercise

① $25 \times 3.25 + 50.4 \div 24 = ?$

ans = 83.35

② $7690 + 2956 - 8050 + 4020 = ?$

ans = 6094

③ $16 \times 12 - 672 \div 21 = x - 211$

ans = 371

④ $32.5 \times 450 + 26.10 \div 3 - 745.5 = ?$

ans = 522

⑤ $(106 \times 106 - 94 \times 94) = ?$

ans = 2400

⑥ $(207 \times 207 + 269 \times 269 - 2 \times 207 \times 269) = ?$

ans = 324

⑦ $(456 \times 456 + 144 \times 144 + 2 \times 456 \times 144) = ?$

ans = 360000

⑧ $\frac{(509 + 107)^2 - (507 - 107)^2}{509 \times 107} = ?$

ans = 4

⑨ $\frac{(931 + 130)^2 + (931 - 130)^2}{(931 \times 931) + (130 \times 130)} = ?$

ans = 2

⑩ $\frac{(735 \times 735 \times 735 - 105 \times 105 \times 105)}{(735 \times 735 + 735 \times 105 + 105 \times 105)} = ?$

ans = 1100

ans = 1100

Q(11) $(2137)753$ का इकाई अंक क्या होगा ?
 ans = 3

Q(12) $(22)23$ का इकाई अंक क्या होगा ?
ans = 8

Q(13) $(3694)1793 \times (615)37 \times (845)49$ में इकाई अंक क्या होगा ?
ans = 0

Q(14) 67943 में 7 के स्थानीय मान तथा जातीय मान में अन्तर =
 ans = 6993

Q(15) 689235 में 9 तथा 3 के स्थानीय मानों का अन्तर कितना है =
ans = 8970

Q(16) सबसे छोटी अभाज्य संख्या जौन सी है ?
 ans = 2

Q(17) 70 से छोटी अभाज्य संख्यायें कितनी हैं ?
ans = 18

Sol = .

दशमलव भिन्ने

Decimal Fraction

दशमलव भिन्न

दशमलव भिन्न = ऐसी विनका कर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्न कहावती है कम लिखते हैं।

$$\frac{1}{10} = 0.1 \quad \frac{2}{10} = 0.2 \quad \frac{3}{10} = 0.3 \quad \frac{4}{10} = 0.4 \quad \dots \quad \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\frac{1}{100} = .01 \quad \frac{2}{100} = .02 \quad \frac{3}{100} = .03 \quad \frac{4}{100} = 0.04 \quad \dots \quad \frac{9}{100} = 0.09$$

$$\frac{11}{100} = 0.11 \quad \frac{12}{100} = 0.12 \quad \frac{13}{100} = 0.13 \quad \frac{14}{100} = 0.14 \quad \dots \quad \frac{99}{100} = 0.99$$

$$\frac{1}{1000} = 0.001 \quad \frac{2}{1000} = 0.002 \quad \frac{9}{1000} = 0.009 \quad , \quad \frac{11}{1000} = .011 \quad , \quad \frac{12}{1000} = .012$$

$$\frac{99}{1000} = .0999 \quad \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0.1 \quad \frac{101}{1000} = 0.101 \quad \frac{102}{1000} = 0.102$$

$$\frac{999}{1000} = 0.999$$

नियम - की गई दशमलव भिन्न में अंश में बिना दशमलव बिन्दु के लिखे तथा हर में दशमलव बिन्दु के नीचे 1 के साथ उतनी शून्य लगाये जितने दशमलव बिन्दु के बाद के के अंक हैं।

① प्रत्येक भिन्न की साधारण भिन्न में बदले ?

① $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

② $6.75 = \frac{675}{100} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$

② सरल कीजिये ?

① $\frac{9.2}{11.5} = \frac{92}{115} = \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5}$

(92 तथा 115 का म.स. = 23)

② $\frac{0.252}{0.312} = \frac{252}{312} = \frac{252 \div 12}{312 \div 12} = \frac{21}{26}$

(∵ 252 तथा 312 का म.स. = 12)

③ सरल कीजिये -

① $340 + 36.4 + 9.35 + 0.473 + 0.0067 + 0.8$

$$\begin{array}{r}
 340 \\
 36.4 \\
 9.35 \\
 0.473 \\
 0.0067 \\
 + 0.8 \\
 \hline
 395.0297
 \end{array}$$

② $02.064 - 37.0962$

$$\begin{array}{r}
 02.0640 \\
 - 37.0962 \\
 \hline
 44.1678
 \end{array}$$