Toppersnotes
Unleash the topper in you

UP – PGT

स्नातकोत्तर शिक्षक

उत्तर प्रदेश माध्यमिक शिक्षा सेवा चयन बोर्ड

भौतिक विज्ञान

भाग – 3

SIERRA INNOVATIONS

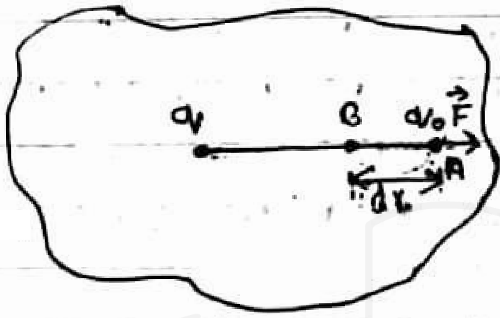
विषय सूची

भाग - 3

स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

विद्युत विभवांतर :-

विभवांतर



विभवांतर

$$V_B - V_A = \frac{W}{q_0} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{\text{कार्य}}{\text{आवेश}} = \frac{J}{C} \text{ (वोल्ट)}$$

$$= \frac{[M^1 L^2 T^{-2}]}{[A^1 T^1]}$$

$$= [M^1 L^2 T^{-3} A^{-1}]$$

यदि $q_0 = 1C$

$$\boxed{V_B - V_A = W} \quad \text{--- (2)}$$

"विद्युत क्षेत्र में एकांक धनावेश को प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध (बाह्य बल) एक बिन्दु से दुसरे बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य उन दोनों बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर कहलाता है।"

विद्युत विभव :-

यदि बिन्दु A, अनन्त (∞) पर स्थित हो तो समी०

(2) से

$$V_B - V_\infty = W \quad \text{--- (3)}$$

$$V_\infty = 0$$

$$\boxed{V_B = W} \quad \text{--- (4)}$$

"अनन्त से एकांक धनावेश को विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य उस बिन्दु पर विभव कहलाता है।"

महत्वपूर्ण बिन्दु -
विद्युत विभव तथा विभवान्तर दोनो अदिश राशियां है।
- विद्युत विभव तथा विभवान्तर के मात्रक व विमीय सूत्र समान होते है।
Imp. अनन्त से एकांक धनावेश को बाह्य बल के विरुद्ध लानेमें जो कार्य किया जाता है वह स्थितीज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।
- विद्युत विभव निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करता है-
(i) आवेश की प्रकृति पर।
(ii) चालक के आकार पर।
(iii) चालक के चारों ओर उप. अन्य चालकों पर।
(iv) चालक के चारों ओर उप. माध्यम पर।

Imp.
प्रश्न - विद्युत विभव का भौतिक अर्थ लिखिए?
उत्तर - विद्युत विभव वह विद्युतिय अवस्था है जिस पर आवेश का चलना निर्भर करता है तथा आवेश का स्वतः प्रवाह उच्च विभव से निम्न विभव की ओर होता है।

प्रश्न - एक वोल्ट को परिभाषित किजिए?
उत्तर - समी. (P) से यदि $w = 1J$ तो $V_B = 1V$।
अनन्त से एकांक धनावेश को विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य 1J हो तो उस बिन्दु पर विभव 1 वोल्ट होता है।

M. Imp. विद्युत विभव की गणना:-
बिन्दु आवेश के कारण विद्युत विभव की गणना:-

विद्युत विभव तथा तीव्रता में संबंध:-

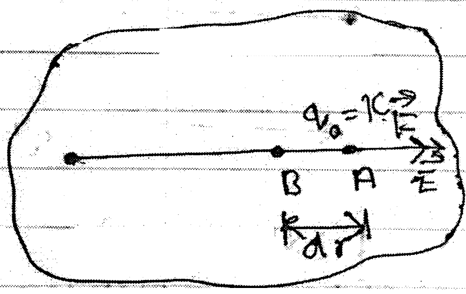
विभवान्तर की परिभाषा से - $V_B - V_A = dw$ —(1)

$$\boxed{W = q_1 V}$$

$$V_B - V_A = \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$V_B - V_A = F\,dr\cos\theta \quad \text{—(2)}$$

$$\theta = 180^\circ$$



$$V_B - V_A = -F\,dr$$

$$\because E = \frac{F}{q_0} \quad (q_0 = 1C)$$

$$\boxed{E = F}$$

$$\boxed{dV = -E\,dr} \quad \text{—(3)}$$

$$\boxed{E = \frac{-dV}{dr}} \quad \text{—(4)}$$

समी॰ (3) से

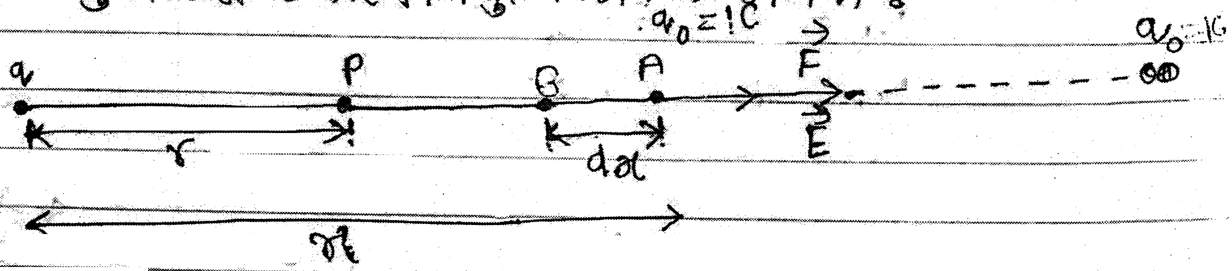
$$\boxed{V = -\int_{\infty}^{r} E\,dr}$$

Note- (i) यदि विभव देकर तीव्रता पूछी जाए तो विभव का अवकलन किया जाता है इसके विपरीत तीव्रता देकर विभव पूछा जाए तो तीव्रता का समाकलन कर दिया जाता है।

(ii) एकांक धनावेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य

$$\boxed{W = -\int_{A}^{B} F\,dr = -\int_{A}^{B} E\,dr}$$

① बिन्दु आवेश के कारण विद्युत विभव की गणना :-



चित्रानुसार बिन्दु आवेश q से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत विभव की गणना करनी है विद्युत विभव ज्ञात करने के लिए एकांक धनावेश को अनंत से विद्युत क्षेत्र में स्थित बिन्दु A तक लाया जाता है इस बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{x^2} \quad \text{---} ①$$

विभव की परिभाषा से $V_P = -\int_{\infty}^{r} E\,dx$ — ②

$$V_P = -\int_{\infty}^{r} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{x^2}\,dx$$

$$V_P = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r}\frac{1}{x^2}\,dx$$

$$V_P = +\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{x}\right]_{\infty}^{r}$$

$$V_P = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right]$$

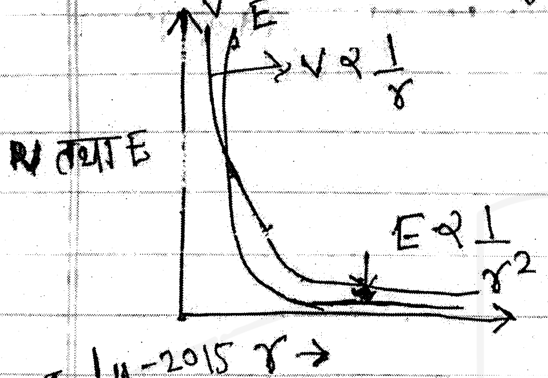
$$\boxed{V_P = \frac{Kq}{r}}$$

$$* \quad \boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}} \qquad * \quad \boxed{V_P \propto \frac{1}{r}}$$

Note- यदि आवेश धनावेश हो तो विभव भी धनात्मक होता है और यदि आवेश ऋणावेश हो तो विभव भी ऋणात्मक होता है।

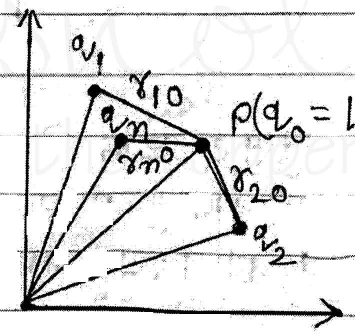
प्रश्न - विद्युत विभव तथा विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का दूरी के साथ परिवर्तन संयुक्त रूप से दर्शाइए?

$$V \propto \frac{1}{r} \, , \quad E \propto \frac{1}{r^2}$$



24-July-2015

आवेशों के निकाय के कारण विद्युत विभव :-



माना एक निकाय जिसमें n आवेश उप० है इसलिए प्रत्येक आवेश के कारण विभव

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_{10}}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r_{20}}$$

$$V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_n}{r_{n0}}$$

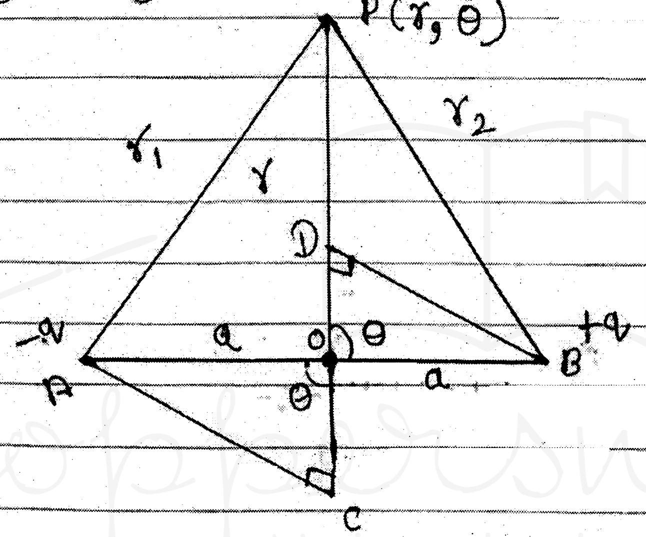
अध्यारोपण के सिद्धान्त से

$$V_p = V_1 + V_2 + V_3 - - - - - + V_n$$

$$V_p = \frac{1}{4\pi E_0}\left[\frac{q_1}{r_{10}} + \frac{q_2}{r_{20}} + \cdots + \frac{q_n}{r_{n0}}\right]$$

$$\boxed{V_p = \frac{1}{4\pi E_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{i0}}}$$

m. Imp. (2) विद्युत द्विध्रुव के कारण बिन्दु $P(r, \theta)$ पर विद्युत विभव :-



चित्रानुसार एक विद्युत द्विध्रुव जिसके मध्य बिन्दु O से r दुरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत विभव की गणना करनी है -

द्विध्रुव का द्विध्रुव आघूर्ण $P = q(2a)$ — (1)

चित्र से $AP = r_1$, $BP = r_2$, $OP = r$

$\angle AOC = \angle BOD = \theta$

$AC \perp OP$, $BD \perp OP$

-q आवेश के कारण बिन्दु P पर विभव -

$$V_1 = \frac{-q}{4\pi E_0 r_1} \quad — (2)$$

+q आवेश के कारण बिन्दु P पर विभव -

$$V_2 = \frac{+q}{4\pi E_0 r_2} \quad — (3)$$

इसलिए बिन्दु P पर कुल विभव

$$V_P = V_1 + V_2 \quad —(4)$$

$$V_P = \frac{q}{4\pi E_0}\left[\frac{1}{r_2} \quad \frac{1}{r_1}\right]$$

$$V_P = \frac{q}{4\pi E_0}\left[\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right] \quad —(5)$$

चित्र में ज्यामिती से

$AP = r_1 \simeq CP$ | $BP = r_2 \simeq DP$

$r_1 \simeq OP + OC$ | $r_2 \simeq OP - OD$

पुनः $\triangle AOC$ तथा $\triangle BOD$ से

$$\cos\theta = \frac{OC}{a} \Rightarrow OC = a\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{OD}{a} \Rightarrow OD = a\cos\theta$$

$$\left.\begin{aligned} r_1 &\simeq r + a\cos\theta \\ r_2 &\simeq r - a\cos\theta \end{aligned}\right] —(6)$$

समी० (6) से (5) रखने पर

$$V_P = \frac{q}{4\pi E_0}\left[\frac{\cancel{r} + a\cos\theta - \cancel{r} + a\cos\theta}{r^2 - a^2\cos^2\theta}\right]$$

$$V_P = \frac{q(2a)\cos\theta}{4\pi E_0 r^2\left[1 - \frac{a^2}{r^2}\cos^2\theta\right]} \quad —(7)$$

यदि a << r

$$* \boxed{V_P = \frac{P\cos\theta}{4\pi E_0 r^2}} * —(8) \qquad \boxed{V_P = \frac{\vec{P}\cdot\hat{r}}{4\pi E_0 r^2}} —(9)$$

$$\vec{p}\cdot\hat{r} = |\vec{p}||\hat{r}|\cos\theta$$

$$\boxed{V_P = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}} \qquad = p\cos\theta$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

स्थिति I → यदि $\theta = 0^\circ$ (अक्षीय)

$$V_P = +\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

II → यदि $\theta = 90^\circ$ (निरक्षीय)

$$\boxed{V_P = 0}$$

III → यदि $\theta = 180$

$$V_P = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

समविभव पृष्ठ :-

"विधुत क्षेत्र में स्थित ऐसा पृष्ठ जिसके प्रत्येक पृष्ठ का मान एकसमान हो समविभव पृष्ठ कहलाते हैं।"

अर्थात्

$$V_A = V_B$$

विभवान्तर कि परिभाषा से

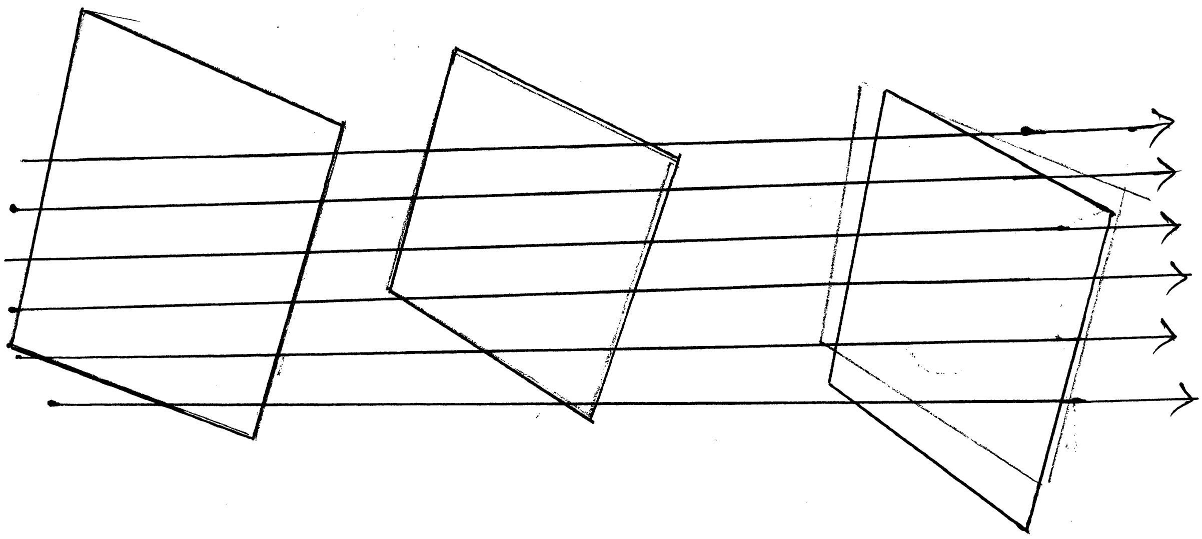
$$V_B - V_A = W$$

$$*\boxed{W = 0}*$$

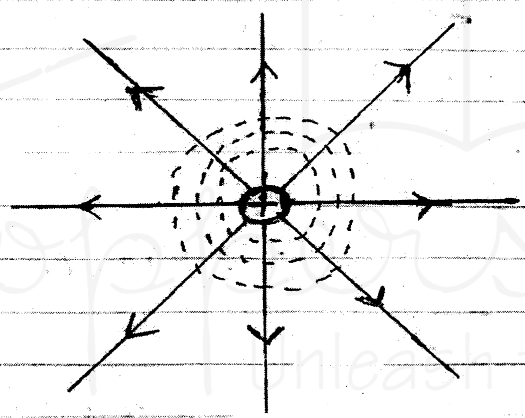
अर्थात् समविभव पृष्ठ पर किए गए कार्य का मान शून्य होता है।

समविभव पृष्ठ से संबंधित महत्वपूर्ण चित्र :-

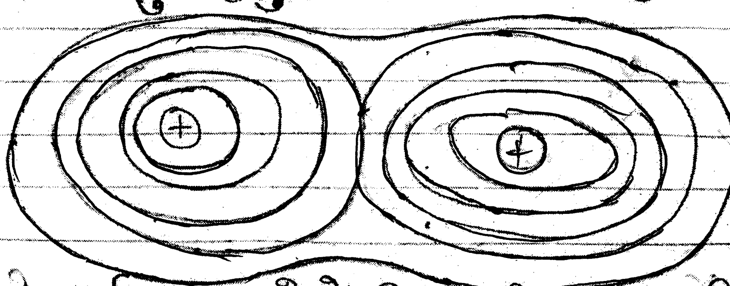
(1) एकसमान विधुत क्षेत्र के लिए समविभव पृष्ठ :-



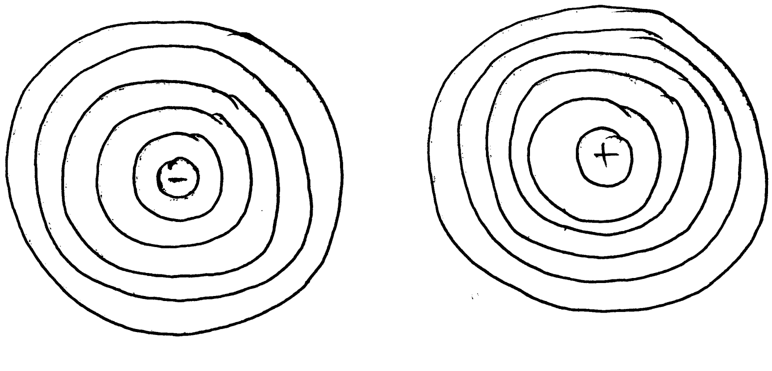
(II) विद्युत बिन्दु आवेश अथवा एकल आवेश के लिए समविभव पृष्ठ:-



(III) किसी विद्युत द्विध्रुव के लिए समविभव पृष्ठ:-

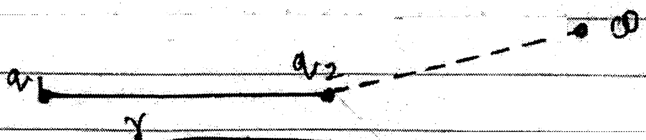


(IV) दो सर्वसम धनावेशों के क्षेत्र के लिए समविभव पृष्ठ:-



आवेशो के निकाय की स्थितिज ऊर्जा -

"किसी निकाय की विद्युत स्थितिज ऊर्जा जिसमें बिन्दु आवेश उपस्थित हो उस कार्य के तुल्य होती है जो उन आवेशो को अनन्त से उनकी स्थितियो तक लाकर आवेशो के निकाय का निर्माण करता है।"



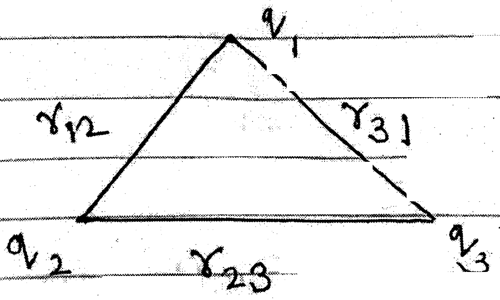
$$\boxed{U = W = Vq_2}$$

जहा $V = \frac{1}{4\pi E_0} \frac{q_1}{r}$

$$\boxed{U = W = \frac{q_1 q_2}{4\pi E_0 r}}$$ (दो आवेशो के निकाय के कारण)

25-July-2015

यदि निकाय में तीन आवेश उपस्थित हो तो स्थितिज ऊर्जा का परिकलन निम्न प्रकार से किया जाता है।



q_1 व q_2 के कारण विद्युत स्थितिज ऊर्जा $U_{12} = \frac{1}{4\pi E_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$

q_2 व q_3 के कारण विद्युत स्थितिज ऊर्जा $U_{23} = \frac{1}{4\pi E_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$

q_3 व q_1 के कारण विद्युत स्थितिज ऊर्जा $U_{31} = \frac{1}{4\pi E_0} \frac{q_3 q_1}{r_{31}}$

$$u = u_{12} + u_{23} + u_{31}$$

$$u = \frac{1}{4\pi E_0}\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_3 q_1}{r_{31}}\right]$$

$$\boxed{u = \frac{1}{4\pi E_0} \sum_{\substack{i=j=1 \\ (i \neq j)}}^{3} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}} \quad \text{—— (1)}$$

इसी प्रकार n आवेशों के कारण स्थितिज ऊर्जा –

$$\boxed{u = \frac{1}{4\pi E_0} \sum_{\substack{i=j=1 \\ (i \neq j)}}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}} \quad \text{—— (2)}$$

Note :– समी॰ (1) में प्रत्येक आवेश की पुनरावर्ति दो बार हो रही है इसलिए समी॰ (1) का सही रूप –

$$u = \left[\frac{1}{4\pi E_0} \sum_{\substack{i=j=0 \\ (i \neq j)}}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}\right] \times \frac{1}{2}$$

बाह्य क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा –

(1) एकल आवेश के कारण स्थितिज ऊर्जा :–

" किसी आवेश q को अनन्त से बाह्यक्षेत्र के किसी बिन्दु P तक लाने में किया गया कार्य $w = qV$ होता है यह कार्य आवेश q में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।"

$$\therefore \boxed{u = w = qV(r)}$$

Imp.

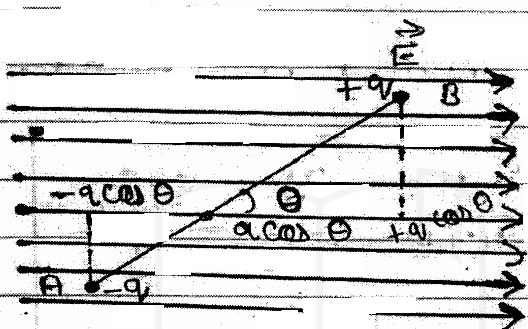
(2) दो आवेशों के निकाय कि स्थितिज ऊर्जा :

किसी बाह्य क्षेत्र में

क्रमशः r_1 व r_2 पर स्थित दो आवेशों q_1 व q_2 कि स्थितिज ऊर्जा

$$\boxed{u = q_1 V(r_1) + q_2 V(r_2) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

③ सम विद्युत क्षेत्र अथवा बाह्य विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा :-



विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव को स्थाई संतुलन की अवस्था से किसी विशेष अवस्था (निर्देश स्थिति) तक घुमाने में किया गया कार्य द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा के बराबर होता है।

$$dw = du = \tau\, d\theta$$

या $$u = \int \tau\, d\theta \quad \text{—} ①$$

जहाँ $\tau = PE\sin\theta$ [समविद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल आघूर्ण]

$$u = \int PE\sin\theta\, d\theta \quad \text{—} ②$$

सामान्यतया निर्देश स्थिति का चयन अपनी सुविधानुसार किया जाता है लेकिन प्रायः निर्देश स्थिति का मान ऐसा लिया जाता है जिसमें विभव तथा स्थितिज ऊर्जा का मान शून्य हो।

इसलिए निर्देश स्थिति $\frac{\pi}{2}$ ली जाती है।

$$u = \int_{\pi/2}^{\theta} PE \sin\theta \, d\theta$$

$$u = PE \left[-\cos\theta \right]_{\pi/2}^{\theta}$$

$$u = PE \left[-\cos\theta + \cos \pi/2 \right]$$

$$\boxed{u = -PE \cos\theta} \quad \text{—} (3)$$

$$\boxed{u = -\vec{p} \cdot \vec{E}} \quad \text{—} (4)$$

यदि

स्थिति I $\theta = 0°$

$$\boxed{u = -PE}$$

स्थिति II यदि $\theta = 90°$

$$\boxed{u = 0}$$

स्थिति III यदि $\theta = 180°$

$$\boxed{u = +PE}$$

चालक स्थिर वैद्युतिकी :-

चालक –

"ऐसे पदार्थ जिनमें से होकर आवेश का प्रवाह हो सकता है चालक कहलाते है।"

लगभग सभी धातुए चालक होती है।

जैसे- तांबा, लोहा, एल्युमिनियम, पारा (मर्करी), पृथ्वी, अम्ल, क्षार, लवणों के घोल, मानव शरीर इत्यादि।

→ चांदी विद्युत का सबसे अच्छा चालक है।

स्थिर वैद्युत क्षेत्र में चालकों का व्यवहार अथवा चालक वैं स्थिर वैद्युतिकी से संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य :-

1. किसी चालक के अन्दर विद्युत क्षेत्र शुन्य होता है।

अर्थात् $E_{in} = 0$

कारण - चालक में मुक्त e^- अथवा आयन होने के कारण जब विद्युत्क्षेत्र शुन्य नही होता है तो उस चालक में उपस्थित मुक्त e^- अथवा आयन एक बल $\boxed{F = qE}$ का अनुभव करते हैं जिसके फलस्वरूप चालक उप. e^- का प्रवाह शुरू हो जाता है लेकिन ये e^- चालक के अन्दर मात्र एक नैनोसेकन्ड (10^{-9} Sec.) तक ही विद्यमान रह पाते हैं जोकि नगण्य समय के बराबर होता है

2. किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर अथवा पृष्ठ के बाहर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की दिशा त्रिज्य दिशा में बहिरमुखी अथवा अन्तर्मुखी में हो सकती है।

3. स्थैतिक अवस्था में किसी चालक के अन्दर कोई अतिरिक्त आवेश उप. नही रह सकता है।

$$\oint_S E\,ds = \frac{\Sigma q}{E_0}$$

$$E_{in} \oint_S ds = \frac{\Sigma q}{E_0}$$

$$E_{in} = 0$$

$$\boxed{\Sigma q = 0}$$

4. किसी चालक के पृष्ठ पर अथवा चालक के अन्दर विद्युत विभव का मान एकसमान तथा नियत होता है।

$$\boxed{V_{पृष्ठ} = V_{in} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R}} \rightarrow \text{(चालक / कोश / की त्रिज्या)}$$

$$V_{out} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} \text{ (गाउसीय पृष्ठ की त्रिज्या।)}$$

Note :-
गोलीय कोश।

$r > R$ (out)

$$E_{out} = \frac{kq}{r^2}$$

$$V_0 = -\int_{\infty}^{r} E_0 \, dr$$

$$= -\int_{\infty}^{r} \frac{kq}{r^2} \, dr$$

$$= kq\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right]$$

$$\boxed{V_{out} = \frac{kq}{r}}$$

$r = R$ (पृष्ठ)

$$E_{पृष्ठ} = \frac{kQ}{R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$V_{पृष्ठ} = -\int_{\infty}^{R} E_{पृष्ठ} \, dR$$

$$\boxed{V_{पृष्ठ} = \frac{kq}{R}}$$

$r < R$ (In)

$$E_{in} = 0$$

$$V_{in} = -\int_{\infty}^{r} E \, dr$$

$$V_{in} = -\int_{\infty}^{R} E_{पृष्ठ} \, dr - \int_{R}^{r} E_{in} \, dr$$

$$\boxed{V_{in} = -\int_{\infty}^{R} E_{पृष्ठ} \, dR}$$

$$\parallel$$

$$\boxed{V_{in} = \frac{kq}{R}}$$

किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र का मान अधिकतम होता है -

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$

विभिन्न बिन्दुओं पर पृष्ठ आवेश घनत्व अथवा पृष्ठ आवेश) वितरण अलग² हो