Toppersnotes
Unleash the topper in you

REET

राजस्थान शिक्षक पात्रता परीक्षा

Board of Secondary Education, Rajasthan

Level – I

भाग – 4

गणित

SIERRA INNOVATIONS

REET LEVEL – 1

CONTENTS

गणित

शिक्षण विधि

एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ

हम जानते हैं कि किसी संख्या को लिखने के लिए 10 अंकों का गणित में प्रयोग किया जाता है और ये 10 अंक निम्न प्रकार से हैं – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ।

संख्या – किसी भी संख्या को लिखने के लिए हम दायीं ओर से बायीं ओर से लिखते हैं –

दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
1	2	4	0	6	8	9	2

- **12406892**

संख्याओं के प्रकार –

संख्याएँ

वास्तविक संख्याएँ

काल्पनिक संख्याएँ

परिमेय संख्याएँ

$(\frac{p}{q},\ q \neq 0,\ \frac{2}{3}, \frac{7}{8})$

अपरिमेय संख्याएँ

$(\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi)$

भिन्न

$(\frac{2}{3}, \frac{6}{11} \ldots \ldots)$

पूर्णांक संख्याएँ

$[\infty \ldots \ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots \ldots . \infty]$

पूर्ण संख्याएँ

$[0, 1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots . \infty]$

प्राकृत संख्याएँ

$[1, 2, 3, 4 \ldots \ldots \ldots \infty]$

- **प्राकृत संख्या** – वे सभी संख्याएँ जो 1 से प्रारम्भ होती हैं। इन्हें N से प्रदर्शित किया जाता है।

$$N = [\,1,2,3,4, \dots \dots \dots \dots . \infty]$$

- **पूर्ण संख्या** – इन संख्या को शून्य से प्रारम्भ किया जाता है। इसे W से दर्शाया जाता है।

$$W = [0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots \dots \dots . . \infty]$$

- **पूर्णांक संख्या** – ये संख्या धनात्मक और ऋणात्मक रूप में चलती है। इसे I से दर्शाया जाता है।

$$I = [\,\infty \dots \dots - 2, -1, 0, 1, 2, \dots \dots \dots \dots . \infty]$$

इसमें शून्य एक उदासीन पूर्णांक है।

- **सम संख्या** – वे प्राकृत संख्या जो 2 से पूरा –पूरा भाग जाए।

  जैसे – $2, 4, 6, 8, \dots \dots \dots \dots$

- **विषम संख्या** – वे प्राकृत संख्या जो 2 से पूरा –पूरा भाग ना जाए।

  जैसे – $1, 3, 5, 7, \dots \dots \dots \dots \dots \dots ..$

- **अभाज्य/रूढ़ संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या जो 1 या स्वयं के अलावा किसी अन्य का भाग ना जाए।
  जैसे – $2, 3, 5, 7, 11, \dots \dots \dots \dots \dots ..$
- **भाज्य या यौगिक संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या जो 1 के अलावा किसी अन्य का भाग चला जाए।

  जैसे – $4, 6, 8, 9, 12, 16, \dots \dots \dots ..$

- **सह अभाज्य संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या (दो या दो से ज्यादा) जिनका HCF = 1 हो। 1 के अलावा कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो।

  जैसे – $(4, 9,),\ (16, 21, 25)$

- **परिमेय संख्या** – वे संख्या जिन्हें $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जाता है और $q \neq 0$ नहीं होना चाहिए।

  जैसे – $\frac{3}{2}, \frac{4}{9} \dots \dots \dots$

- **अपरिमेय संख्या** – वे वास्तविक संख्या जो $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखी जा सकती है।

  जैसे – $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi \dots ....$

- एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ
- पूर्ण संख्याएँ – $[0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots \dots \dots \infty]$
- 0 सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।
- ये सभी धनात्मक होती हैं।
- एक अंक की पूर्ण संख्या 1 से 9 तक – कुल 9 होती हैं।

सबसे बड़ी		**सबसे छोटी**
एक अंक	9	1
दो अंकों	99	10
तीन अंकों	999	100
चार अंकों	9999	1000
पाँच अंकों	99999	10000
छः अंकों	999999	100000
सात अंकों	9999999	1000000
आठ अंकों	99999999	10000000 (एक करोड़)

संख्याओं को शब्दों में लिखना

अंकों में	शब्दों में
6009	छः हजार नो
68111	अड़सठ हजार एक सौ ग्यारह
10101001	एक करोड़ एक लाख एक हजार एक
9909	नो हजार नौ सौ नो

संख्याओं को अंकों में लिखना

शब्दों में	अंकों में
नो लाख चार हजार	904000
एक लाख ग्यारह हजार ग्यारह सौ ग्यारह	111111
एक लाख चार हजार पाँच	104005
आठ करोड़ नब्बे लाख चालीस हजार दस	89040010
एक करोड़ एक लाख एक हजार एक सौ एक	10101101

संख्या की रोमन पद्धति

रोमन पद्धति – रोमन पद्धति संख्या पद्धति का उद्गम प्राचीन रोम से हुआ है।

रोमन अंक पद्धति के संकेत –

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

रोमन संख्या पद्धति के कुछ नियम

1. किसी भी संकेत को एक साथ चार बार नहीं लिख सकते हैं।
2. किसी संख्या को बढ़ाने के लिए बड़ी संख्या को पहले लिखा जाता है।

   उदाहरण

   XI = $10 + 1 = 11$

   IV = $50 + 5 = 55$
3. किसी छोटी संख्या को घटाने के लिए छोटी संख्या पहले लिखी जाती है।

   उदाहरण

   IX $= 10 - 1 = 9$

   XC $= 100 - 10 = 90$

रोमन अंक

1	I	2	II
3	III	4	IV
5	V	6	VI
7	VII	8	VIII
9	IX	10	X
11	XI	12	XII
13	XIII	14	XIV
15	XV	16	XVI
17	XVII	18	XVIII
19	XIX	20	XX

स्थानीय मान

स्थानीय मान

किसी संख्या या अंक का मान जिस स्थान के कारण होता है वह उसका स्थानीय मान है।
किसी दी गई संख्या में –

इकाई अंक का स्थानीय मान = (इकाई अंक x 1)

दहाई अंक का स्थानीय मान = (दहाई अंक x 10)

सैकड़ा अंक का स्थानीय मान = (सैकड़ा अंक x 100)

हजार अंक का स्थानीय मान = (हजार अंक x 1000)

उदाहरण – संख्या 49265 में अंक 2, 5, 9 का स्थानीय मान बताइए।
हल – इन्हें तालिका में लिखने पर –

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
4	9	2	6	5

2 का स्थानीय मान $= 2 \times 100 = 200$

5 का स्थानीय मान $= 5 \times 1 = 5$

9 का स्थानीय मान $= 9 \times 1000 = 9000$

जातीय मान

किसी भी अंक का अपना शुद्ध मान/वास्तविक मान ही उसका जातीय मान हैं।
जैसे –

89692 में 8 व 6 का जातीय मान बताइए –

8 का शुद्ध मान 8 ही है यही उसका जातीय मान है।

6 का जातीय मान 6 ही है।

स्थानीय मान व जातीय मान में अन्तर –

उदाहरण – संख्या 96259 में 6 के स्थानीय व जातीय मान में अन्तर बताइए।
हल – सबसे पहले तालिका बनाइयें

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
9	6	2	5	9

6 का स्थानीय मान $= 6 \times 1000 = 6000$

6 का जातीय मान $= 6$

अतः 6 के स्थानीय मान व जातीय मान में अन्तर –

= 6000 – 6 = 5994

स्थानीय मानों का योगफल

उदाहरण – संख्या 106295 में 6,2,5 के स्थानीय मान का योगफल क्या होगा ?
हल –

6 का स्थानीय मान $= 6 \times 1000 = 6000$

2 का स्थानीय मान $= 2 \times 100 = 200$

5 का स्थानीय मान $= 5 \times 1 = 5$

अतः तीनों के स्थानीय मान का योगफल $= 6000 + 200 + 5 = 6205$

स्थानीय मानों का गुणनफल

Reet 2021

Q.1. संख्या 60321045 में 3,4 तथा 5 के स्थानीय मानों का गुणनफल बराबर है।

(a) 60 (b) 900 (c)60000000 (d) 1200000

Ans. संख्या की तालिका बनाइए।

करोड़	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
6	0	3	2	1	0	4	5

3 का स्थानीय मान $= 3 \times 100000 = 300000$

4 का स्थानीय मान $= 4 \times 10 = 40$

5 का स्थानीय मान $= 5 \times 1 = 5$

अतः तीनों का गुणनफलन $= 300000 \times 40 \times 5 = 60{,}000{,}000$

दशमलव संख्याओं का स्थानीय मान

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशमलव	दसवाँ भाग	सौवाँ भाग	हजारवाँ भाग
अंक $\times$ 1000	अंक $\times$ 100	अंक $\times 10$	अंक $\times 1$	•	$\frac{1}{10}$	$1/100$	$1/1000$

उदाहरण – संख्या 28.329 का स्थानीय मान लिखिए।

हल –

दहाई	इकाई	दशमलव	दसवाँ भाग	सौवाँ भाग	हजारवाँ भाग
2	8	•	3	2	9

2 का स्थानीय मान $= 2 \times 10 = 20$

8 का स्थायी मान $= 8 \times 1 = 8$

3 का स्थायी मान $= 3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

2 का स्थानीय मान $= 2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$

9 का स्थानीय मान $= 9 \times \frac{1}{1000} = \frac{9}{1000}$

उपर्युक्त उदा. का विस्तारित रूप लिखिए।

उदाहरण – संख्या 28.329 का विस्तारित रूप ?

हल – $20 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{9}{1000}$

संख्याओं में तुलना

हम संख्याओं की तुलना उनके छोटे, बड़े से करते हैं।

यह हम दो प्रकार से करते हैं –

1. आरोही क्रम
2. अवरोही क्रम

1. **आरोही क्रम** – इसमें संख्याएँ छोटे से बड़े के क्रम में बढ़ती हैं इसे **आरोही** क्रम कहा जाता हैं।

जैसे – 0 0 0 0 0

उदाहरण – संख्याओं 492, 496, 312, 981
201, 204, 106, 196 को आरोही क्रम में लिखिए ?
हल – आरोही क्रम – छोटे से बड़ा क्रम
106, 196, 201, 204, 312, 492, 496, 981

2. अवरोही क्रम – संख्याएँ इसमें बड़े से छोटे की तरफ बढ़ती जाती हैं। इसे **अवरोही क्रम** कहते हैं।

जैसे – 0 0 0 0 0

उदाहरण – संख्याओं 9424, 9892, 9812, 9622, 8922, 9629 को अवरोही क्रम में दर्शाइयें ?
(a) 9892, 8922, 9629, 9424, 9812, 9622
(b) 9892, 9812, 9629, 8922, 9622, 9424
(c) 9892, 9812, 9629, 8922, 9622, 9424
(d) 9892, 9629, 9812, 9622, 9424, 8922
हल – (b)

दशमलव संख्याओं का आरोही व अवरोही क्रम

उदाहरण – संख्याओ 48.92, 48.62, 49.23 व 48.91 को अवरोही क्रम में लिखिए ?
हल – 49.23, 48.92, 48.91, 48.62

हम इस प्रकार के प्रश्नों को हल करते समय दशमलव के पहले वाली संख्या को देखकर व दशमलव के पहले समान संख्या होने पर बाद वाली संख्या को देखकर हल करेंगे।

उदाहरण – संख्याओं 191.92, 191.91, 181.68 व 191.99 को अरोही क्रम में लिखिए ?
हल – 181.68, 191.91, 191.92, 191.99

भिन्नों के आरोही व अवरोही क्रम

उदाहरण – भिन्नों $\frac{4}{5}, \frac{9}{11}, \frac{6}{7}, \frac{9}{13}$ को आरोही क्रम में दर्शाइए।
Q. भिन्न $\frac{6}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{9}{11}$ का अवरोही क्रम बताइए।
भिन्नों के आरोही व अवरोही क्रम के प्रश्न Reet की परीक्षा में आते हैं। इन प्रश्नों का हल देखने के लिए टॉपिक **भिन्न** को पढ़े।

भिन्न

ऐसी संख्याएँ जिन्हें $\frac{x}{y}$ के रूप में व्यक्त किया जा सके और x व y का मान कुछ न कुछ हो सकें। इसे भिन्न कहते है।

भिन्नें निम्न प्रकार की होती है–

(1) उचित भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके अंश का मान हर से छोटा होता है, वह उचित भिन्न कहलाती है।

जैसे – $\left(\frac{3}{5},\frac{11}{19},\frac{4}{7}\right)$– उचित भिन्न

(2) अनुचित भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके अंश का मान हर से बड़ा होता है, उसे अनुचित भिन्न कहते है।

जैसे – $\left(\frac{5}{3},\frac{9}{4},\frac{11}{7}\right)$– अनुचित भिन्न

Note – अनुचित भिन्न से हमेशा मिश्र भिन्न बनायी जाती है।

(3) मिश्र भिन्न – एक अनुचित भिन्न को एक पूर्णांक संख्या और एक उचित भिन्न में बदलने से जो भिन्न प्राप्त होती है, उसे मिश्र भिन्न कहते है।

उदाहरण – $\left(\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}\right)$ - इसमें 1 पूर्णांक है तथा $\frac{2}{3}$ उचित भिन्न है तथा $1\frac{2}{3}$ मिश्र भिन्न है।

(4) इकाई भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके अंश का मान एक होता है, उसे इकाई भिन्न कहते है।

जैसे – $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{6}\right)$ आदि।

(5) तुल्य भिन्न – दो या दो से अधिक भिन्नें जिनके अंश व हर का मान समान होता हो उसे तुल्य भिन्न कहते है।

जैसे – $\left(\frac{2}{3},\frac{20}{30},\frac{40}{60}\right)$

Q. निम्न में से $\frac{2}{3}$ के तुल्य भिन्न है–

(a) $\frac{6}{4}$ (b) $\frac{8}{12}$ (c) $\frac{12}{8}$ (d) $\frac{15}{20}$ **Ans. (b)**

(6) दशमलव भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके कर हा मान 10 के गुणांकों के रूप में होता है, उसे दशमलव भिन्न कहते है। जैसे – 0.5, 0.25, 0.125

(7) आरोही क्रम – छोटे से बड़ा

नियम 1 – यदि भिन्नों के अंश समान होते हो और हर का मान अलग–अलग होता हो तो जिस भिन्न का हर सबसे छोटा होगा, वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{5}{2},\frac{5}{7},\frac{5}{9},\frac{5}{11}$

(i) सबसे बड़ी भिन्न – $\frac{5}{2}$

(ii) सबसे छोटी भिन्न – $\frac{5}{11}$

(iii) अवरोही क्रम में – $\frac{5}{2},\frac{5}{7},\frac{5}{9},\frac{5}{11}$

(iv) आरोही क्रम में – $\frac{5}{11}, \frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{5}{2}$

नियम 2 – यदि भिन्नों के हर समान होते हो और अंश का मान अलग–अलग होता हो तो जिस भिन्न का अंश सबसे बड़ा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{7}{5}$

बड़ी – $\frac{13}{5}$

छोटी – $\frac{3}{5}$

अवरोही क्रम – $\frac{13}{5}, \frac{7}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$

आरोही क्रम – $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{5}, \frac{13}{5}$

नियम 3 – अंश व हर का अंतर समान होता हो लेकिन हर का मान अंश से बड़ा हो तो जिस भिन्न का अंश बड़ा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{19}{21}, \frac{101}{103}, \frac{71}{73}, \frac{89}{91}$

बड़ी – $\frac{101}{103}$

छोटी – $\frac{19}{21}$

आरोही क्रम – $\frac{19}{21}, \frac{71}{73}, \frac{89}{91}, \frac{101}{103}$

अवरोही क्रम – $\frac{101}{103}, \frac{89}{91}, \frac{71}{73}, \frac{19}{21}$

नियम 4 – यदि भिन्नों के अंश व हर का अंतर समान हो तथा अंश का मान हर से अधिक हो तो जिस भिन्न का अंश सबसे छोटा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{21}{19}, \frac{73}{71}, \frac{91}{89}, \frac{103}{101}$

छोटी = $\frac{103}{101}$

बड़ी = $\frac{21}{19}$

आरोही – $\frac{103}{101}, \frac{91}{89}, \frac{73}{71}, \frac{21}{19}$

अवरोही – $\frac{21}{19}, \frac{73}{71}, \frac{91}{89}, \frac{103}{101}$

Q. 1 $\frac{2}{9}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ में आरोही क्रम में होगा ?

$\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ -आरोही क्रम

$\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}$ -अवरोही क्रम

Q. 2 $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{7}$ में आरोही क्रम बताओ ?

उत्तर $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{6}{7}$ -आरोही क्रम

Q. 3 निम्नलिखित में से छोटी भिन्न कौनसी है ?
$\frac{24}{25}, \frac{10}{11}, \frac{99}{100}, \frac{68}{69}$

उत्तर छोटी भिन्न $= \frac{10}{11}$

Q. 4 0.23232323 = $0.\overline{23}$ = $\frac{23}{99}$ उत्तर

Note – (1) उत्तर बसे पहले संख्या लिख दो।
(2) अंश में संख्या में से, जिस संख्या पर (–) नहीं हो उसे घटा दो।
(3) दशमलव के बाद बार (–) के नीचे जितने अंक हो हर में 9 के आगे उतने 9 लगा दो।
(4) दशमलव के बार (–) के अतिरिक्त अन्य जितने भी अंक हो हर में 9 के आगे उतनी शून्य लगा दो।

Q. 5 $4.\overline{7} = \frac{47-4}{9} = \left[\frac{43}{9}\right]$

Q. 6 $0.\overline{3}+0.\overline{6}+0.\overline{7}+0.\overline{8} = \frac{3}{9}+\frac{6}{9}+\frac{7}{9}+\frac{8}{9} = \frac{3+6+7+8}{9}$

$= \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = \left[2\frac{2}{3}\right]$

Q. 7 $\bar{5}+0.25$

उत्तर $-5+0.25$

-4.75

(1) जिस संख्या से पहले कोई भी चिह्न नहीं होता है, उसे हमेशा + की माना जाता है।
(2) समान चिह्नों वाली संख्याएँ हमेशा जोड़ी जाती है और उस संख्या के पहले जो भी चिह्न लगा होता है जोड़ने के बाद में जो चिह्न लगा होता है, उसे ही लगाते है।
(i) $-1-1 = -2$ (ii) $+2 + 2 = +4$
(3) असमान चिह्नों वाली संख्याएँ हमेशा घटायी जाती है और घटाने के बाद में बड़ी संख्या के पहले जो भी चिह्न लगा होता है, वही लगा देते है।

दशमलव भिन्न

दशमलव भिन्न – ऐसी भिन्न जिनके हर में 10 या 10 की घात हो वे भिन्न दशमलव भिन्न कहलाती हैं।

उदाहरण –

$$\frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{2}{10} = 0.2$$

$$\frac{4}{100} = 0.04$$

$$\frac{9}{1000} = 0.009$$

जैसा कि हम स्थानीय मान टॉपिक में पढ़ चुके हैं – दशमलव के बाद

उदाहरण

दहाई	इकाई	दशमलव	दसवाँ भाग	सौवाँ भाग	हजारवाँ भाग
दहाई x10	इकाई x1	•	$^{1}/_{10}$	$^{1}/_{100}$	$^{1}/_{1000}$

सरल स्तर –

(i) 32.463 को विस्तारित रूप में लिखिए।

हल – $3 \times 10 + 2 \times 1 + . + 4 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1000}$

$$= 30 + 2 + . + \frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{3}{1000}$$

(ii) $4000 + 30 + 3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100} + \frac{2}{1000}$ को दशमलव भिन्न में लिखिए –

हल – $= 4000 + 30 + 3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100} + \frac{2}{1000}$

$$= 4033.692$$

कठिन स्तर –

(iii) 4 दहाई + 8 इकाई + 8 दसवाँ + 6 सौवाँ को दशमलव भिन्न में बदलिए।

हल – $= 4 \times 10 + 8 \times 1 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100}$

$= 48.86$

(iv) निम्नलिखित संख्या को दशमलव रूप में लिखिए।

$$900 + 90 + 6 + \frac{6}{10} + \frac{9}{1000} + \frac{4}{100000}$$

हल – $996 + 0.6 + 0.009 + 0.00004$

$= 996.60904$

- दशमलव भिन्न
  - शान्त दशमलव भिन्न
  - अशान्त दशमलव भिन्न
    - आवर्ती अशान्त/अनवसानी आवर्ती
    - अनावर्ती अशान्त

शान्त दशमलव भिन्न –

इनमें परिमेय संख्या आती है। जिन भिन्नों के अंश में हर का भाग देने पर दशमलव प्रसार एक या दो के बाद बन्द हो जाए।

उदाहरण –

(i) $\frac{15}{4}$

हल – $\frac{15}{4} = 3.75$

(ii) $\frac{21}{2}$

हल – $\frac{21}{2} = 10.5$

अशान्त दशमलव भिन्न – जिस भिन्न के अंश में हर का भाग देने पर दशमलव प्रसार बन्द ना हों।
उदाहरण –

(i) $\frac{10}{6}$ **हल** $= \frac{10}{6} = 1.666\ldots..$

(ii) $\frac{7}{3}$ **हल** $= \frac{7}{3} = 2.333\ldots....$

1. **अनवसानी आवर्ती दशमलव भिन्न –** किसी भिन्न के अंश में हर का भाग देने पर एक निश्चित अंक की आवर्ति रहे। हम भिन्न पर (–) लगाकर विराम दे सकते हैं।

   उदाहरण –

   (i) $\frac{20}{6} = 3.333 = 3.\overline{3}$

   (ii) $\frac{19}{99}$ – **हल** $= \frac{19}{99} = 0.191919\ldots.. = 0.\overline{19}$

2. **अनावर्ती अशान्त दशमलव भिन्न** –
   जब किसी भिन्न अंश में हर का भाग देने पर दशमलव के पश्चात् एक अनिश्चित अंक बढ़ते जाएँ।
   उदाहरण –

   (i) $\frac{19}{89}$

   हल – $\frac{19}{89} = 0.2134831461$..........

   - अनवसानी आवर्ती दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलों –

   उदाहरण –

   (i) $0.\overline{19}$

   हल – $0.\overline{19} = \frac{0.19}{99} = \frac{19}{99}$

   हर बार हटाकर उसके नीचे 9 लिख देंगे।

   (ii) $3.\overline{3}$

   हल – $3.\overline{3} = 3.\frac{3}{9} = 3.\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$

   (iii) $0.12\overline{7}$

   हल – $0.12\overline{7} = \frac{127-12}{900} = \frac{115}{900} = \frac{23}{180}$

   हम जितनी बार हैं तो उसके नीचे 9 लिखेंगे और उसके आगे जितने अंक हैं तो उतनी ही शून्य लिखेंगे।

अभाज्य एवं संयुक्त संख्याएँ

अभाज्य/रूढ़ संख्याएँ – ऐसी प्राकृत संख्या जिनके केवल 2 गुणनखण्ड हैं। जो 1 और वह संख्या स्वयं से ही विभाजित हो। ऐसी संख्या अभाज्य और रूढ़ संख्या कहलाती है। जैसे – 2,3,5,7,11, ...

नोट

- संख्या 1 न तो अभाज्य और न ही भाज्य संख्या है।
- 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है। साथ ही 2 सबसे छोटी व एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।
- 1 से 100 तक अभाज्य संख्याएँ – 25 जो निम्न प्रकार हैं

  2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23,29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59,61, 67, 71,73, 79,83, 89, 97

	अभाज्य संख्या	कुल
1 से 10 तक	2,3,5,7	4
11 से 20 तक	11,13,17,19	4
21 से 30 तक	23,29	2
31 से 50 तक	31,37,41,43,47	5
51 से 75 तक	53,59,61,67,71,73	6
76 से 100 तक	79,83,89,97	4

- 100 से 200 तक अभाज्य संख्याएँ = 21 जो इस प्रकार हैं –
  101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199

	अभाज्य संख्या	कुल
101 से 125 तक	101,103,107,109,113	5
126 से 150 तक	127,131,137,139,149	5
151 से 175 तक	151,157,163,167,173	5
176 से 200 तक	179,181,191,193,197,199	6

- अभाज्य संख्या पहचानने का तरीका –
  सर्वप्रथम हम यह पता करेंगे कि इस संख्या के नजदीक या इससे छोटी वर्ग संख्या कौनसी है। फिर उस संख्या के वर्गमूल तक की अभाज्य संख्या का भाग देंगे।

  उदाहरण – (i) 139 अभाज्य संख्या है या नहीं।

  हल –

  139 के नजदीक वर्ग $= 121 = 11^2$

  11 तक की अभाज्य संख्या का भाग देंगे।

  2, 3, 5, 7, 11 इन अभाज्य संख्या का भाग 139 में नहीं जाता इसलिए यह एक अभाज्य संख्या है।

युग्म/युगल अभाज्य संख्या – ये वे अभाज्य संख्या हैं जिनमें केवल आपसी अन्तर 2 का है।

उदाहरण – (2, 3), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73),

सह अभाज्य संख्याएँ — ये वे प्राकृत संख्या हैं जिनका महतम समापर्वतक 1 हो और अन्य 2 का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो।

उदाहरण – (2, 5) (4, 9) (4, 13), (5, 9, 14)

संयुक्त संख्याएं – वे प्राकृत संख्या जिनका 1 व स्वयं के अलावा भी अन्य गुणनखण्ड हों। यह संयुक्त संख्या कहलाती है।

- संयुक्त संख्या को ही भाज्य/यौगिक संख्या कहते हैं।
  उदाहरण – $4, 6, 10, 12, 492, 121$

$$4 = 2 \times 2 \quad 6 = 3 \times 2 \quad 12 = 2 \times 3 \times 2 \quad 55 = 5 \times 11 \times 1$$

अभाज्य गुणनखण्ड

किसी भी संख्या के सभी गुणनखण्ड अभाज्य हो तो वह उसके अभाज्य गुणनखण्ड कहलाते है।

जैसे – 2, 3, 5

किसी संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड निकालने का तरीका

- सर्वप्रथम संख्या में 2 का भाग देंगे 2 का भाग न जाने पर अभाज्य संख्या 3 का भाग देंगे और 3 का भी भाग न जाने पर 5 का भाग देंगे इसी प्रकार यह प्रक्रिया दोहराते रहेंगे।

उदाहरण –

1. 480 के अभाज्य गुणनखण्ड कीजिए।

हल –

2	480
2	240
2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1

480 के गुणनखण्ड =

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

2. 1296 के कितने अभाज्य गुणनखण्ड होंगे ?

हल –

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

1296 के गुणनखण्ड =

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$\Rightarrow 2^4 \times 3^4 = 4 + 4 = 8$ (घातों का योग करने पर)

अतः 1296 के अभाज्य गुणनखण्ड = 8 होंगे।

3. $14^{12} \times 19^3 \times 12^6$ में कुल कितने अभाज्य गुणनखण्ड होंगे ?

हल – $14^{12} \times 19^3 \times 12^6$

$= (7\times2)^{12} \times (19)^3 \times (2\times2\times3)^6$

$= 7^{12} \times 2^{12} \times 19^3 \times 2^6 \times 2^6 \times 3^6$

$\Rightarrow 12 + 12 + 3 + 6 + 6 + 6$ (घातों का योग करने पर)

$= 45$

4. 64 के अभाज्य गुणनखण्डों का योगफल ज्ञात कीजिए।

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

64 के अभाज्य गुणनखण्ड =

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$\Rightarrow 2^6 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$

$2^6 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$

$2^6 = 127$

अतः 64 के सभी अभाज्य गुणनखण्डों का योगफल 127 होगा।

गुणनखण्ड

किसी भी प्राकृत संख्या में जिस–जिस संख्या का पूरा–पूरा भाग जाए वह उसका गुणनखण्ड होती है।

जैसे – 16 = 1, 2, 4, 8, 16

96 = 1, 2, 3, 4, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96

गुणज

सामान्य भाषा में कहा जाए तो वह उस संख्या का पहाडा होता है जिसका उन सभी संख्याओं में पूरा–पूरा भाग जाता है।

जैसे –

9 का गुणज = 9, 18, 27, 36 ...

4 का गुणज = 4, 8, 12, 16 ...