



# बेसिक कम्प्यूटर अनुदेशक

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर

भाग - 2

तर्कशक्ति एवं संख्यात्मक योग्यता

# COMPUTER INSTRUCTOR

## तार्कशक्ति एवं संख्यात्मक योग्यता

### तार्किक योग्यता

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	घड़ी	1
2.	कैलेण्डर	9
3.	सादृश्यता	13
4.	वर्गीकरण	23
5.	असमानता	28
6.	न्याय निगमन	34
7.	वेन आरेख	44
8.	आकृतियों की गणना	53
9.	श्रृंखला	63
10.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	73
11.	कूट—भाषा परीक्षण	81
12.	क्रम व्यवस्था	92
13.	दिशा और दूरी परीक्षण	96
14.	रक्त संबंध	103
15.	पहेली	112
16.	बैठक व्यवस्था	117
17.	तार्किक विचार	124
18.	निर्णयन क्षमता	129

गणित		
1.	संख्या पद्धति	134
2.	सरलीकरण	153
3.	प्रतिशत्ता	163
4.	लाभ—हानि	173
5.	संख्यात्मक अभियोग्यता	187
6.	आंकड़ों की पर्याप्तता	215

## वेन आरेख (Venn Diagram)

इस अध्याय में हम दो या दो से अधिक वस्तुओं, अकारों या विचारों के संबंध को उद्यासित आकृतियों में निरूपित करते हैं। डैटों- वृत्त, आयत, वर्ग, त्रिभुज आदि

- अधिकांशतः वृत्त में प्रदर्शित किया जाता है डैटों- जयपुर, राजस्थान, भारत

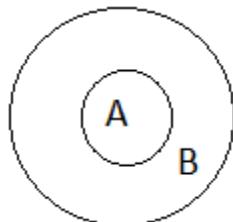
हल:-



हम जानते हैं कि जयपुर, राजस्थान में आता है और राजस्थान भारत में।

- किन्हीं भी दो objects में निम्न प्रकार के हो सकते हैं -

1. सभी (All) →

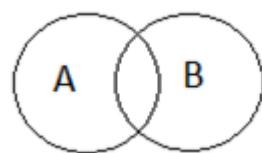


सभी A, B हैं।

उदाहरण - पन्ना, किताब

यहाँ - A → पन्ना  
B → किताब } सभी पन्ने किताब में हैं

2. कुछ (Some) →



कुछ A, B हैं। कुछ B, A हैं।

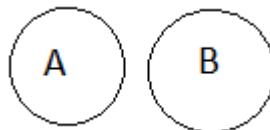
उदाहरण - पुरुष, शिक्षक

यहाँ = A → पुरुष

B → शिक्षक

कुछ पुरुष शिक्षक हैं। कुछ शिक्षक पुरुष हैं।

3. नहीं (No) →



उदाहरण - कुता, बिल्ली

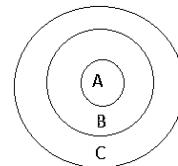
यहाँ - A → कुता

B → बिल्ली

कोई कुता, बिल्ली नहीं है। कोई बिल्ली, कुता नहीं है।

- यदि object तीन हो तो निम्न इथति हो सकती हैं -

1. सभी (All) →



उदाहरण - विज्ञान, जीव विज्ञान, प्राणी विज्ञान

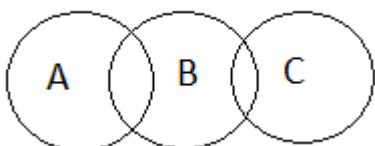
A → प्राणी विज्ञान

B → जीव विज्ञान

C → विज्ञान

प्राणी विज्ञान जीव विज्ञान में आती हैं तथा जीव विज्ञान, विज्ञान में आता है।

2. कुछ (Some) →



उदाहरण - गर, बिल्ली, हिरण

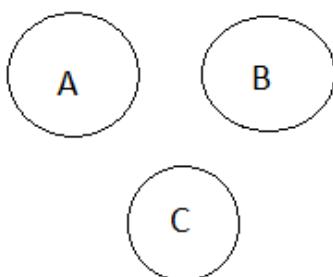
A → बिल्ली

B → गर

C → हिरण

बिल्ली तथा हिरण दोनों में गर होते हैं तथा गर के आलावा मादा भी होती है अतः गर दोनों में कुछ-कुछ हिस्सा द्वयता है।

3. नहीं (No) →



उदाहरण -

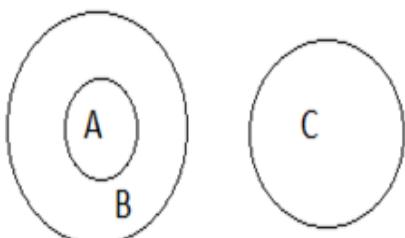
A → कुता

B → कबूतर

C → मछली

यहां तीनों अलग-अलग वर्ग से शम्बन्धित हैं।

4. कभी + नहीं →



उदाहरण -

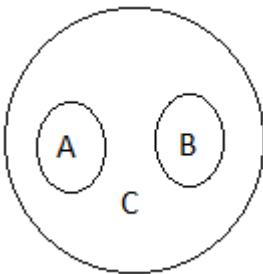
A → गाय

B → जानवर

C → किताब

यहां गाय, जानवर में आयेगी तथा किताब एक अलग वर्ग है।

5. कभी + कभी →



उदाहरण -

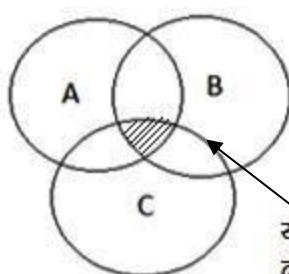
A → गाय

B → भैंश

C → जानवर

यहां गाय और भैंश अलग-अलग होंगी लेकिन दोनों ही जानवर में आते हैं।

6. कुछ + कुछ →



यह हिस्सा विद्यान गर शिक्षक को निरूपित करता है।

उदाहरण -

A → गर

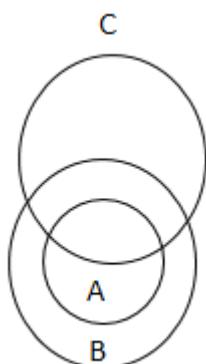
B → शिक्षक

C → विद्यान

यहां तीनों ही एक दूसरे से शम्बन्धित हैं।

7. शभी + कुछ →

(a) प्रकार-I

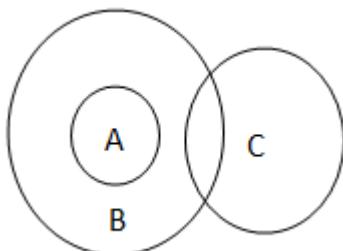


उदाहरण -

- A → पिता
- B → पुरुष
- C → चिकिट्टिक

पिता हमेशा पुरुष में आयेगा लेकिन एक चिकिट्टिक दोनों में आ शकता है क्योंकि एक चिकिट्टिक एक पिता भी हो शकता है।

(b) प्रकार-II

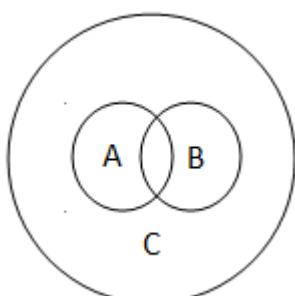


उदाहरण -

- A → भारतीय वैज्ञानिक
- B → वैज्ञानिक
- C → चीनी नागरिक

यहां भारतीय वैज्ञानिक, वैज्ञानिक वर्ग में ही आयेंगे तथा कोई चीनी नागरिक भी वैज्ञानिक हो शकता है।

(c) प्रकार-III

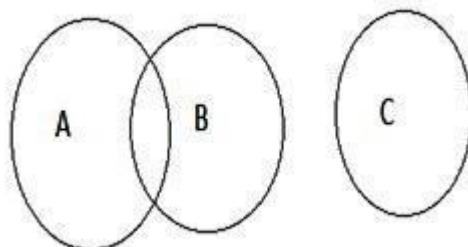


उदाहरण -

- A → पीतल
- B → कांसा
- C → धातु

यहां पीतल तथा कांसा में तांबा उभयनिष्ठ है तथा शभी धातु हैं।

8. कुछ + नहीं →

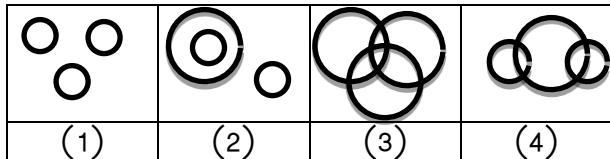


उदाहरण -

- A → ठोक
- B → मर्करी
- C → गैस

मर्करी दो अवस्थाओं में पायी जाती हैं- ठोक तथा ड्रव इतः मर्करी, ठोक में कुछ हिस्सा रखती है तथा गैस एक अलग वर्ग है।

1. निम्नलिखित में से कौनसी आकृति कुल्ता, बिल्ली और पालतू पशु का संबंध दर्शाती है?

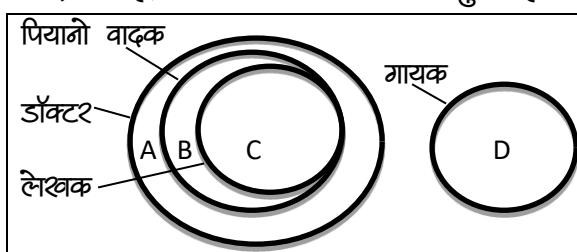


Ans. (4)

**व्याख्या-** कुल्ता, बिल्ली से छलग हैं। परंतु दोनों में कुछ पालतू पशु के अंतर्गत आते हैं व कुछ पालतू न हो यह भी संभव है।



2. A डॉक्टरों को दिखाता है, B पियानो वादकों को दिखाता है, C लेखकों को दर्शाता है और D गायकों को दर्शाता है। कौन शा कथन अत्यंत उपयुक्त है?

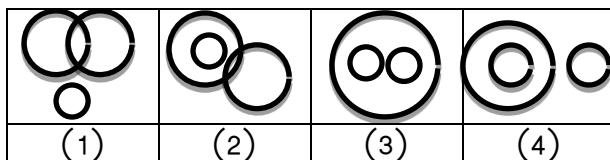


- (1) कभी गायक डॉक्टर हैं।
- (2) कभी लेखक और पियानोवादक डॉक्टर हैं।
- (3) कभी पियानोवादक गायक हैं।
- (4) इनमें से कोई नहीं

Ans. (2)

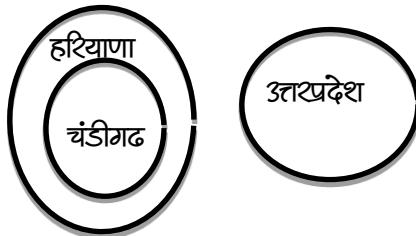
**व्याख्या-** कभी लेखक (C) तथा पियानोवादक (B) डॉक्टर (A) हैं।

3. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का लही निरूपण करता है। हरियाणा, चंडीगढ़, उत्तरप्रदेश

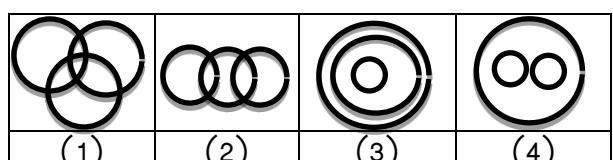


Ans. (4)

**व्याख्या-** चंडीगढ़ राजधानी है हरियाणा की चंडीगढ़ एक केन्द्र शासित प्रदेश भी है। उत्तरप्रदेश एक छलग राज्य है।



4. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का लही निरूपण करता है। अनुच्छेद, पुस्तक, पृष्ठ

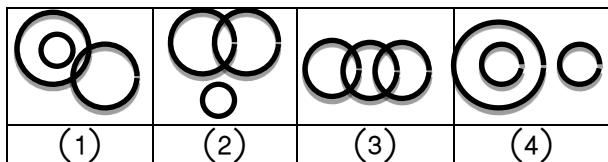


Ans. (3)

**व्याख्या-** कई अनुच्छेद एक पृष्ठ पर होते हैं। बहुत से पृष्ठ मिलकर एक पुस्तक का निर्माण करते हैं।



5. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का शही निरूपण करता है। महिला, मजदूर, प्रबंधक

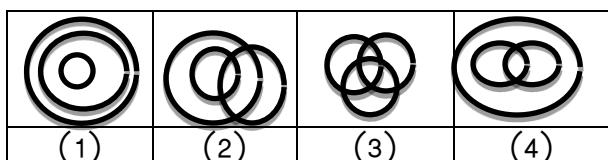


Ans. (3)

- व्याख्या— मजदूर अलग है प्रबंधक और कुछ महिलाएँ मजदूर हो सकती हैं तथा इसका व्युत्क्रम। कुछ महिलाएँ प्रबंधक हो सकती हैं।



6. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का शही निरूपण करता है। ज़िला, श़र्ड्य, तहसील

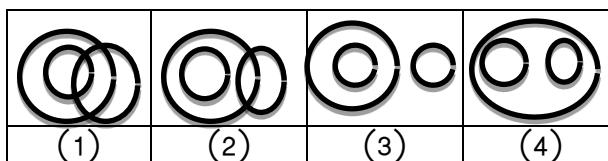


Ans. (1)

- व्याख्या— तहसील एक भाग है ज़िला का तथा श़र्ड्य में बहुत से ज़िले सम्मिलित होते हैं।

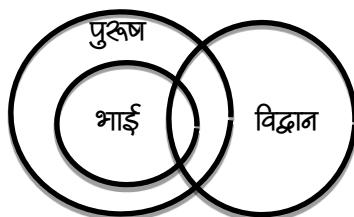


7. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का शही निरूपण करता है। भाई, पुरुष, विद्वान्

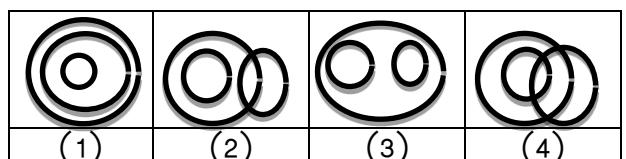


Ans. (1)

- व्याख्या— शभी भाई पुरुष वर्ग के छंतर्गत आते हैं। कुछ पुरुष विद्वान हो सकते हैं तथा इसका व्युत्क्रम। कुछ भाई विद्वान हो सकते हैं।

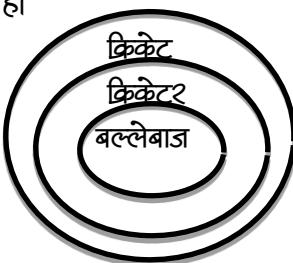


8. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का शही निरूपण करता है। क्रिकेट, क्रिकेटर, बल्लेबाज़

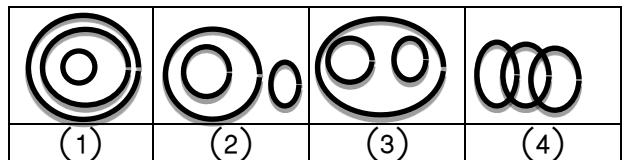


Ans. (1)

- व्याख्या— शभी बल्लेबाज़ क्रिकेटर हैं। शभी क्रिकेटर क्रिकेट खेलते हैं।

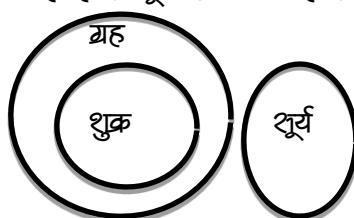


9. इन आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के संबंध का शही निरूपण करता है। शुक्र, ग्रह, शुर्य

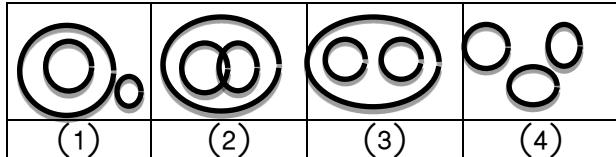


Ans. (2)

- व्याख्या— शुक्र एक ग्रह है। शुर्य एक तारा है।

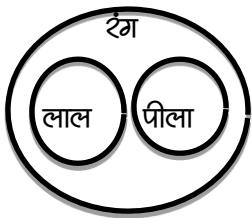


10. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के लंबंद का शही निरूपण करता है। रंग, लाल, पीला

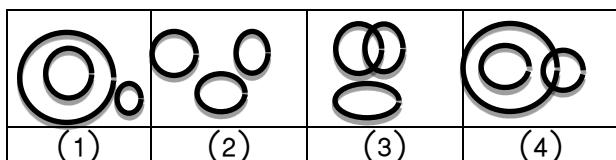


Ans. (3)

**व्याख्या-** लाल, और पीला दो अलग-अलग रंग हैं।

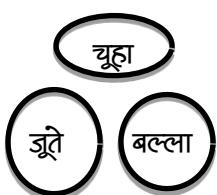


11. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के लंबंद का शही निरूपण करता है। चूहा, ज़ूटे, बल्ला

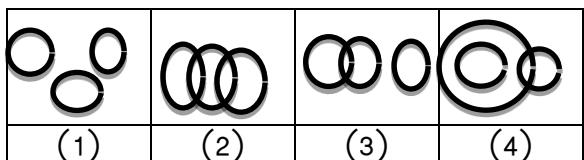


Ans. (2)

**व्याख्या-** चूहा, ज़ूटे तथा बल्ला तीन अलग-अलग वर्ग को प्रदर्शित करते हैं।



12. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के लंबंद का शही निरूपण करता है। बहन, आंट, अंकल



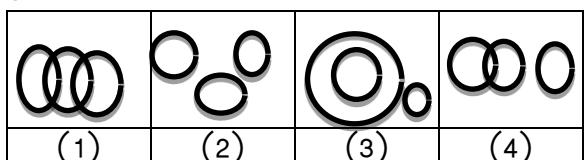
Ans. (3)

**व्याख्या-** कुछ बहने आंट हो सकती हैं तथा इसका व्युत्क्रम है।

अंकल अलग है बहन और आंट दोनों से

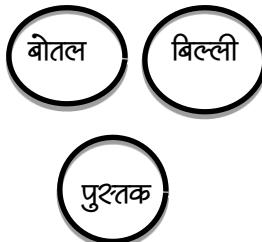


13. वह आरेख चुनिए जो नीचे दिए गए वर्गों के बीच के लंबंद का शही निरूपण करता है। बोतल, बिल्ली, पुरुष

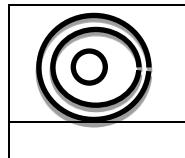


Ans. (2)

**व्याख्या-** बोतल, बिल्ली तथा पुरुष एक-दूसरे से अलग हैं। अतः तीनों को असंयुक्त वृत्तों द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है।



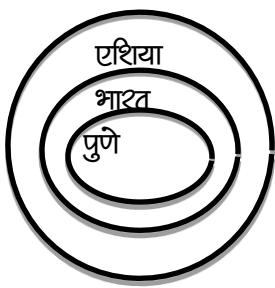
14. उन वर्गों के लिए का चयन करें जो दिए गए वेन आरेख का अबसौ अच्छा प्रतिमिहित्व करते हैं ?



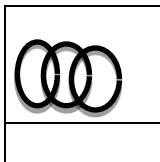
- (1) पानी, नदी, बाँध
- (2) भारत, मुंबई, दिल्ली
- (3) राज्य, लम्बद, ज़िला
- (4) एशिया, भारत, पुणे

Ans. (4)

व्याख्या- पुणे, भारत में हैं तथा भारत एशिया में हैं।



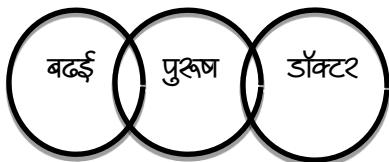
15. उन वर्गों के शीट का चयन करें जो दिए गए वेन आरेख का टोबड़ी छँचा प्रतिनिधित्व करते हैं ?



- (1) डॉक्टर, माताएँ, महिलाएँ
- (2) लड़कियाँ, बच्चे, इंसान
- (3) बद्द, डॉक्टर, पुरुष
- (4) पिता, बेटे, झंजीनियर

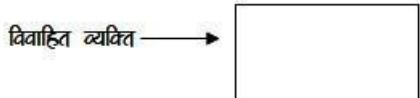
Ans. (3)

व्याख्या- बद्द छलग है डॉक्टर से कुछ बद्द पुरुष हो सकते हैं तथा इसका व्युक्तमा कुछ डॉक्टर पुरुष हो सकते हैं तथा इसका व्युक्तमा

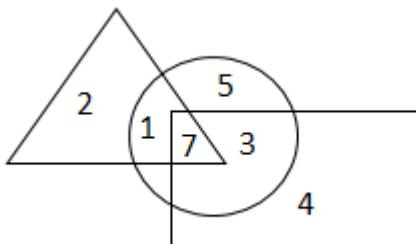


#### ❖ विश्लेषणात्मक वेन आरेख: -

इसमें विशेष प्रकार को एक विशेष आकृति छारा दर्शाया जाता है- त्रिभुज, वर्ग, आयत, वृत इत्यादि छलग-छलग प्रकार को दर्शाता हैं तथा इनके माप आकड़े भी दिये होते हैं जो शंख्या को दर्शते हैं



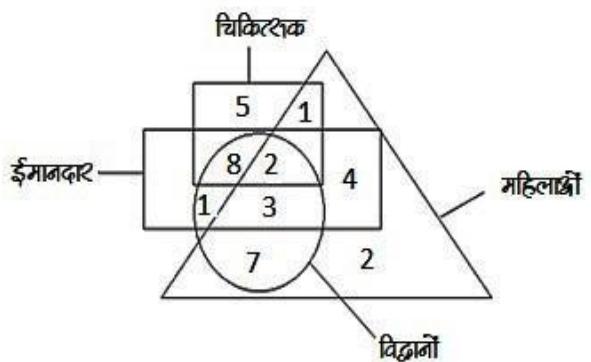
दिया है-



- यहां शंख्या 2 उन शिक्षक को दर्शती है जो न तो पुरुष है न ही विवाहित है।
- शंख्या 5 उन पुरुषों को दर्शती है जो न तो शिक्षक है न ही विवाहित है।
- शंख्या 4 उन विवाहित व्यक्तियों को दर्शती है जो न तो पुरुष है न ही शिक्षक है।
- शंख्या 1 उन शिक्षक को दर्शती है जो पुरुष तो है पर विवाहित नहीं।
- शंख्या 3 उन पुरुषों को दर्शती है जो विवाहित तो है पर शिक्षक नहीं।
- शंख्या 7 उन शिक्षकों को दर्शती है जो पुरुष भी है तथा विवाहित भी है।

प्रश्न-1 निम्नलिखित आकृति में त्रिभुज महिलाओं को वर्ग चिकित्सकों को, वृत्त विद्वानों को तथा आयत ईमानदारों को दर्शाता है -

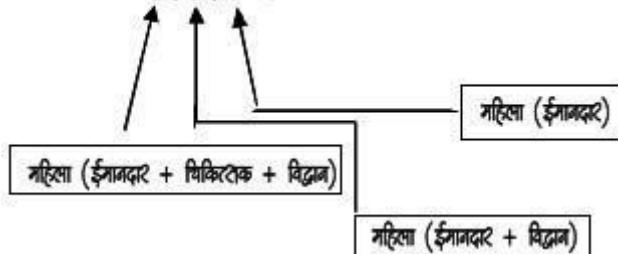
- (a) तो बताइए किनमे विद्वान ईमानदार चिकित्सक हैं पर महिला नहीं



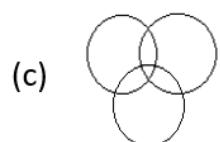
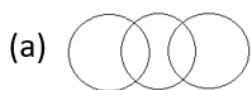
- यहां शंख्या 8 है जो दर्शती है कि चिकित्सक ईमानदार तथा विद्वान हैं पर महिला नहीं।

(b) कितनी महिला ईमानदार हैं -

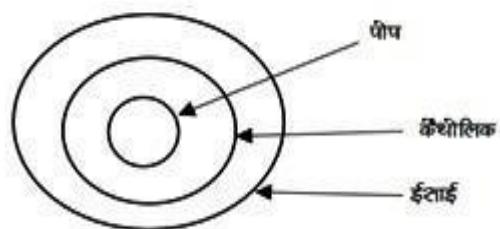
$$\Rightarrow 2 + 3 + 4 = 9$$



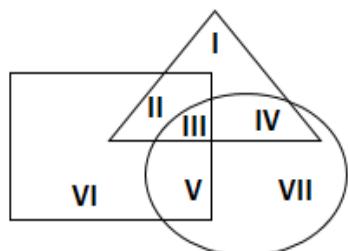
प्रश्न-2 निम्न में से कौन-सी आकृति ईशार्ड, कैथोलिक तथा पोप के उभी संबंध की दर्शाती है ?



उत्तर (b) उभी पोप कैथोलिक होते हैं तथा उभी कैथोलिक ईशार्ड होते हैं।



प्रश्न-3 | से VII तक अंकित क्षेत्रों में से कौन-सा इथान ऐसे शहरी शिक्षित लोगों का दर्शाता है जो परिश्रमी नहीं हैं ?



(a) II

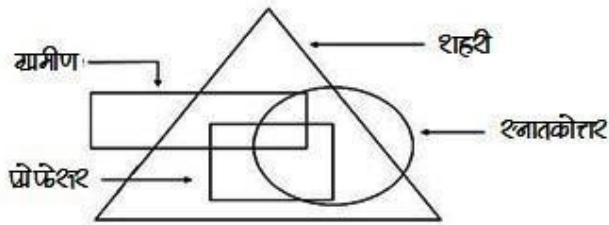
(b) I

(c) IV

(d) III

उत्तर (c) अंकित क्षेत्र IV ऐसे शहरी शिक्षित लोगों के दर्शाता हैं, जो परिश्रमी नहीं हैं।

प्रश्न-4 निम्नलिखित प्रश्न नीचे दिए गए आरेख पर आधारित हैं। दिए गए आरेख में 'आयत' से ग्रामीण को, 'त्रिभुज' से शहरी को, 'वृत्त' से इनातकोत्तर को तथा 'वर्ग' से प्रोफेसर को निरूपित किया गया है। निम्नांकित आरेख का ध्यान से अध्ययन करके इन पर आधारित प्रश्नों का उत्तर दीजिए।



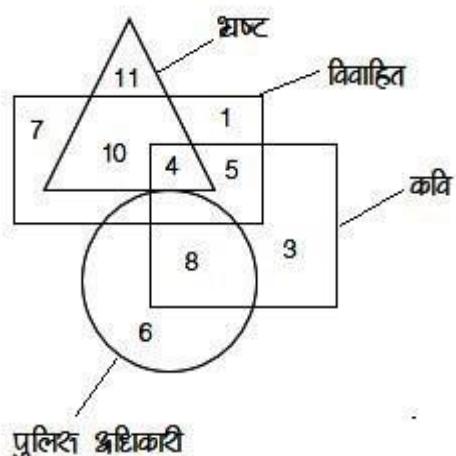
निम्नलिखित में से कौन-सा कथन उभी है ?

- (a) उभी शहरी इनातकोत्तर हैं
- (b) उभी इनातकोत्तर शहरी हैं
- (c) उभी प्रोफेसर शहरी हैं
- (d) उभी ग्रामीण प्रोफेसर हैं

उत्तर (c) 'उभी प्रोफेसर शहरी हैं।' यह कथन उभी है।

प्रश्न-5 निम्नलिखित आकृति में प्रदर्शित हैं

पुलिस अधिकारी	वृत्त
अष्ट	त्रिभुज
कवि	वर्ग
विवाहित	आयत



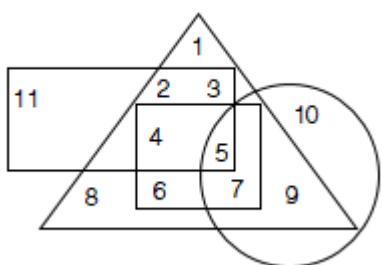
ऐसे अधिकारियों का क्षेत्र बताइए जो अष्ट नहीं है किंतु कवि हैं ?

- (1) 8                                  (2) 9  
 (3) 2                                    (4) 4

Ans. (1)

**व्याख्या-** अभीष्ट क्षेत्र वृत्त तथा वर्ग में विद्यमान होना चाहिए तथा त्रिभुज एवं आयत के बाहर होना चाहिए। ऐसा क्षेत्र 8 द्वारा अंकित है।

**प्रश्न-6** दिए गए आरेख में वृत्त, व्यावर्तायिकों को दर्शाता है, वर्ग नर्तकों को दर्शाता है, और आयत यूरोपियनों को दर्शाता है आरेख में मिन्न क्षेत्र 1 से 11 तक अंकित है। तथा त्रिभुज अंगीतकार को दर्शाता है।



निम्न में से कौन अंगीतकार नहीं है किंतु यूरोपियन है ?

- (1) 10                                    (2) 9  
 (3) 11                                    (4) 8

Ans. (3)

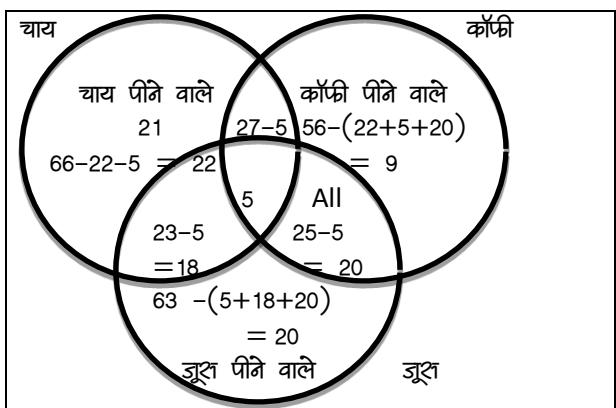
**व्याख्या-** अभीष्ट क्षेत्र त्रिभुज के बाहर तथा आयत के अंदर होना चाहिए ऐसे क्षेत्र को 11 से दर्शाया गया है।

**प्रश्न-7** एक शरकारी बैठक में 130 विभागीय कर्मचारियों ने भाग लिया। उनमें से 66 चाय पीते हैं, 56 कॉफी पीते हैं और 63 जूस पीते हैं। 27 चाय या कॉफी पी शकते हैं, 25 कॉफी या जूस और 23 जूस या चाय पी शकते हैं। 5 कर्मचारी तीनों में कुछ भी पी शकते हैं। कितने केवल चाय पीते हैं ?

- (1) 21                                    (2) 22  
 (3) 18                                    (4) 20

Ans. (1)

**व्याख्या-** कुल कर्मचारी 130 हैं।

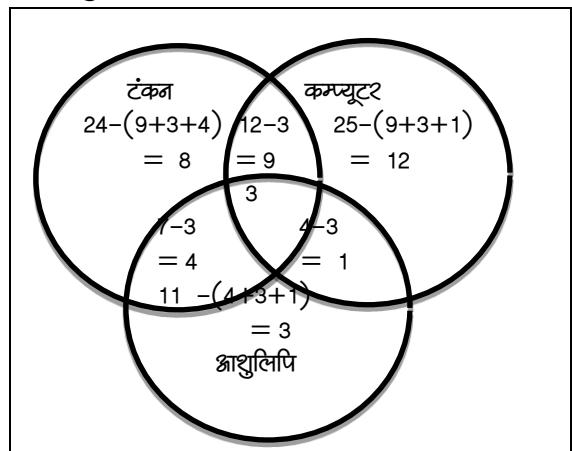


**प्रश्न-14** एक विभाग में 24 टंकन जानते हैं और 11 आशुलिपि जानते हैं। 25 कम्प्यूटर का प्रयोग करना जानते हैं। 7 टंकन तथा आशुलिपि दोनों जानते हैं, 4 आशुलिपि तथा कम्प्यूटर जानते हैं। 12 टंकन तथा कम्प्यूटर जानते हैं और 3 तीनों जानते हैं। यदि उस विभाग में 50 कर्मचारी हों, तो उन कर्मचारियों की अंख्या ज्ञात कीजिए जो तीनों कार्य में से कोई भी नहीं जानते।

- (1) 40                                    (2) 10  
 (3) 47                                    (4) 33

Ans. (2)

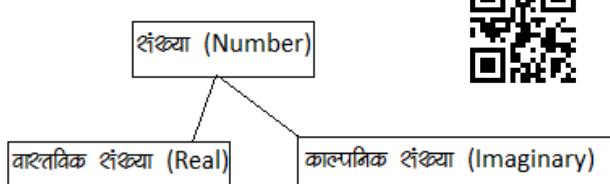
**व्याख्या-** कुल कर्मचारी 50 हैं।



टंकन, कम्प्यूटर या आशुलिपि या इनमें से कोई दो या तीनों कार्य जानते वाले कर्मचारियों की अंख्या =  $8 + 9 + 12 + 4 + 3 + 1 + 3 = 40$   
 उन कर्मचारियों की अंख्या जो तीनों कार्य में से कोई भी नहीं जानते =  $50 - 40 = 10$

गणित

# संख्या पद्धति (Number System)



जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता हैं संख्या ऐका पर



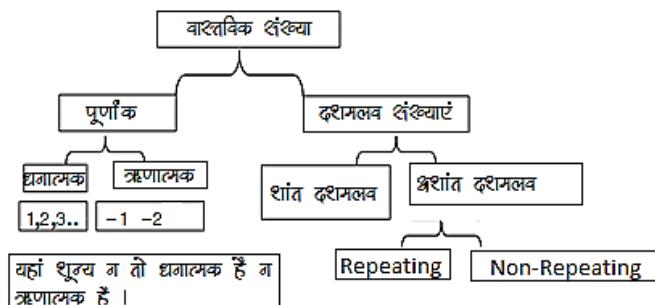
$$\sqrt{-21}, \sqrt{-1} = i$$

- ❖ कम्प्लेक्स संख्याएं Complex Number (z)-  
वास्तविक + काल्पनिक

$$Z = a + i b$$

जहां  $a$  = वास्तविक संख्या

$b$  = काल्पनिक संख्या



## शांत दशमलव:-

वे संख्याएं जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे- 0.25, 0.15, 0.375 इसी भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव:- वे संख्याएं जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं ये दो तरह के हो सकते हैं।

$$0.3333, 0.7777, 0.183183183\dots$$

- जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृति करती हो, अनंत तक इसी भिन्न में लिखा जा सकता है।

पुनरावृति  
Repeating

जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृति (Repeat) नहीं करती।

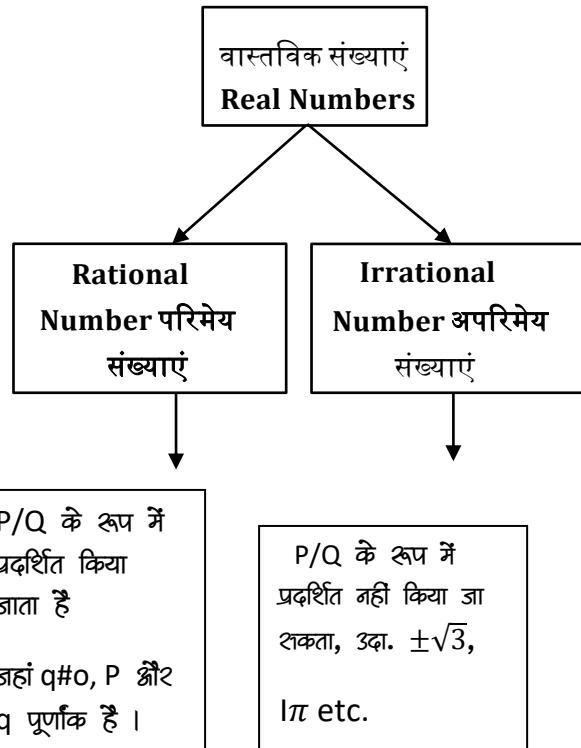
Non  
Repeating  
Decimal

उदाहरण- 0.3187098312715.....

$$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \pi$$

❖ अशांत पुनरावृति दशमलव संख्याएं :-

1.  $0.3333\dots = 0.\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2.  $0.666\dots = 0.\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
3.  $0.387387387\dots = 0.\overline{387} = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
4.  $0.848484\dots = 0.\overline{84} = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$



❖ परिमेय (Rational) संख्याएं:- वह संख्याएं जिन्हें P/Q के रूप में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शूद्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए

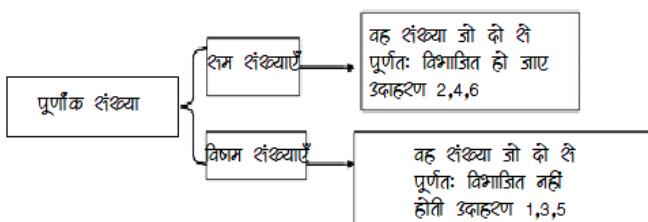
$$\text{उदाहरण } 2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$$

❖ अपरिमेय (Irrational) संख्याएं :- इन्हें P/Q के रूप में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

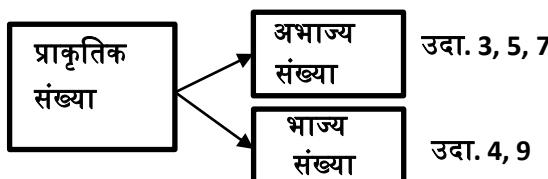
$$\text{उदाहरण } \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$$

# संख्या पद्धति (Number System)

- ❖ प्राकृतिक संख्याएं → धनात्मक संख्याएं (1, 2, 3.....)
- ❖ पूर्ण संख्याएं → शूद्य + धनात्मक पूर्णांक (0, 1, 2, 3.....)



- शूद्य भी कम संख्या है।
- ❖ धन ± धन → धन संख्या ( $4+6 \rightarrow 10$ )  
धन ± विषम → विषम संख्या ( $4+5 \rightarrow 9$ )  
विषम ± विषम → धन संख्या ( $3+5 \rightarrow 8$ )
- ❖ धन X विषम → धन संख्या ( $2 \times 3 \rightarrow 6$ )
- ❖ धन X धन → धन संख्या ( $4 \times 4 \rightarrow 16$ )
- ❖ विषम X विषम → विषम संख्या ( $3 \times 3 \rightarrow 9$ )



- **अभाज्य संख्याएं** - वह संख्या जो शिर्फ 1 व अब अभाज्य संख्या ही विभाजित होती है। डैटे-  $5 = 1 \times 5$  (only गुणनखण्ड)
- **भाज्य संख्याएं** - जो संख्याएं अभाज्य नहीं हैं यानि उनके दो ही अधिक गुणनखण्ड होगे। डैटे-  $9 = 1 \times 3 \times 3$  (तीन गुणनखण्ड)
- शूद्य ना तो भाज्य ना ही अभाज्य संख्या होती है।
- **अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers)** - जिसके शिर्फ दो form हो-  $1 \times \text{संख्या}$   
डैटे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}  
जहां 1 अभाज्य संख्याएँ नहीं हैं।  
2 एकमात्र धन अभाज्य संख्या है।  
3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।  
1-50 तक कुल 15 अभाज्य संख्याएँ हैं।  
51-100 तक कुल 10 अभाज्य हैं।  
अतः 1-100 तक कुल 25 अभाज्य हैं।
- **एह अभाज्य संख्याएं** - वे संख्याएं जिनका HCF शिर्फ 1 हो।

Ex. (4, 9), (15, 22), (39, 40)

$$\text{HCF} = 1$$

- **Perfect Number (परफेक्ट संख्या)** :- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में अब अब उस संख्या को छोड़कर)

$$\text{Ex. } 6 \rightarrow 1, 2, 3 \text{ यहां } \rightarrow 1+2+3 \rightarrow 6$$

$$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 \quad 1+2+4+7+14 \\ 28$$

- **प्रत्यक्ष मान और १०८ अंकीय मान**:-

$$\text{Ex. } 241\_\underline{5}321$$

यहां 7 → का प्रत्यक्ष मान → 7 होगा

१०८ अंकीय मान → 70000 होगा

अंक के बाद जितनी अंकों की संख्या उतने शूद्य अब होती है।

## इकाई का अंक (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बड़ी होने पर इकाई का अंक होगा-

$$\begin{aligned} (\_ 0)^n &- 0 \\ (\_ 1)^n &- 1 \\ (\_ 5)^n &- 5 \\ (\_ 6)^n &- 6 \end{aligned}$$

$$\text{उकाहण} - 5^{420} + 6^{538}$$

$$\text{उत्तर} : - \quad \underline{\quad} (5+6) = \underline{\quad} \text{1 Unit digit}$$

$$\begin{aligned} (\_ 4)^n &= \text{विषम संख्याएं तब 4 (इकाई)} \\ (\_ 4)^n &= \text{धन संख्याएं तब 6 (इकाई)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\_ 9)^n &\text{ जहां } (n = \text{विषम}) \rightarrow 9 \\ (\_ 9)^n &\text{ जहां } (n = \text{धन}) \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$$\text{उकाहण} : - (9)^{134} + (4)^{111} \rightarrow 1 + 4 = 5 \text{ होगा}$$

उत्तर -

$(2, 3, 7, 8)^n$  इसमें आर तरह के उत्तर हो सकते हैं।

$$1. \quad \frac{n}{4} = 1 \text{ शेषफल क्रमशः } (2, 3, 7, 8)$$

# १०८व्या पद्धति (Number System)

2.  $\frac{n}{4} = 2$  शेषफल क्रमशः (4, 9, 9, 9)
3.  $\frac{n}{4} = 3$  शेषफल क्रमशः (8, 7, 3, 2)
4.  $\frac{n}{4} = 0$  शेषफल क्रमशः (6, 1, 1, 6)

उदाहरण:-

$$(259)^{146} - (123)^{43}$$

$$(9)^{146} - (3)^{43}$$

$$1 - (3)^3$$

$$1 - 7 = -6 \quad \text{या} \quad -6 + 10 = 4 \quad (\text{unit digit})$$

- भाज्यता के नियमः- निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं
  - 2 → जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण विभाजित हो तो संख्या भी 2 से पूर्ण विभाजित होती है।
  - 4 → आखिरी दो अंक 4 से विभाजित होनी चाहिए।
  - 8 → आखिरी तीन अंक 8 से विभाजित होने चाहिए।
  - 16 → आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए।

उदाहरण:-

संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नहीं-

उत्तर- 28754 में आखिरी अंक =  $\frac{4}{2} = 2$  पूर्ण विभाजित है।

अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी।

3 → संख्या के शशी अंकों का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

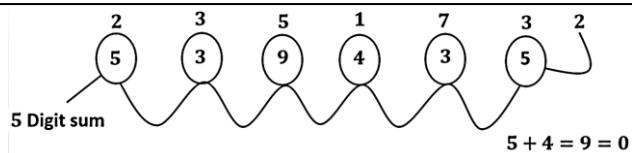
9 → संख्या के शशी अंकों का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

उदाहरण:- 1

संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल क्या होगा ?

उत्तर-  $\frac{2351732}{9} \rightarrow$  Digit sum-  $2 + 3 + 5 + 1 + 7 + 3 + 2 = \frac{23}{9} = 5$  शेषफल

Digit sum  $\rightarrow$  किसी संख्या के Digit (अंकों) को जोड़ना



5 → आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 →  $2 \times 3$  (जह अभाज्य संख्या)
 

- 2 से भाजकता का नियम देखता है
- 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है।

उदाहरण:-

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नहीं जांच करो-

उत्तर - हम जानते हैं  $18 \rightarrow 9 \times 2$

संख्या के अंकों का योग

9 से विभाजित हो

जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो

अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➤ (7, 11, 13)

7, 11, 13 → संख्या का पीछे से 3-3 का जोड़बनायेंगे फिर उन जोड़ों का अन्तर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए या 0 होना चाहिए तो वे संख्याएं 7, 11, 13 से विभाजित होगी।

11 → दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंकों का जोड़, विषम स्थान पर अंकों के जोड़ का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण विभाजित होगी।

7 → संख्या के आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देंगे, उत्तर अगर 7 से विभाजित है तो संख्या भी होगी।

➤ यदि एक संख्या  $467x893$  है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो  $x$  का मान क्या हो सकता है-  
3 के लिए- हम जानते हैं कि संख्या के शशी अंकों का योग यदि 3 से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

$467x893$

$$4+6+7+x+8+9+3 \rightarrow \frac{37+x}{3}$$

$$= \frac{1+x}{3} \text{ यहां } x \rightarrow 2, 5, 8 \text{ हो सकते हैं।}$$

# दोंख्या पद्धति (Number System)

अतः  $x$  के मान संभव हैं - 2, 5, 8

- यदि दोंख्या  $875x321$  9 से पूर्ण विभाजित हो तो  $x$  का मान क्या हो सकता है-

$$875x321$$

digit sum  $\rightarrow \frac{8+x}{9} \rightarrow x$  के

1 मान संभव है।

## शेषफल प्रमेय

हम जानते हैं कि जब हम किसी दोंख्या में किसी दोंख्या का भाग लगाते हैं तो

$$\text{भाजक} \overbrace{\quad\quad\quad}^{\text{भाज्य}} \quad \text{शेषफल} \quad \text{भागफल}$$

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

उदाहरण:-

$$5) \overline{51} \quad (10 \\ \underline{50} \\ 1)$$

अतः  $51 = 5 \times 10 + 1$  जहाँ 1 शेषफल है।

- शेषफल हमेशा भाजक से छोटा होता है।

इसे अनुमानित करते हैं

$$\begin{aligned} & 5 \times 10 + 1 \quad \text{धनात्मक शेषफल} \\ & 5 \times 11 - 4 \quad \text{ऋणात्मक शेषफल} \end{aligned}$$

इसी प्रकार शेषफलों का जोड़

$$(1) \frac{5+1}{13} = 6 \text{ शेषफल} \quad \text{या} \quad \frac{70+40}{13} = (-7)/6$$

$$(-8)(1) \quad -8 -12 \quad (-7)/6$$

$$(2) \frac{70+40}{13} = -7 / 6 \quad \text{या} \quad \frac{70+40}{13}$$

- शेषफलों का गुणा -

$$\frac{③}{80} \times \frac{⑥}{105} = ③ \times ⑥ = \frac{18}{11} = ⑦$$

$$\frac{③}{80} \times \frac{(-5)}{105} = \frac{-15}{11} = ⑦$$

$$\frac{-8}{80} \times \frac{-5}{105} = \frac{40}{11} = \frac{7}{(-4)+11}$$

$$\frac{(-8)}{80} \times \frac{6}{105} = \frac{-48}{11} = -4 + 11 = ⑦$$

❖ Fermat Theorem:  $\frac{x^{p-1}}{P}$  जहाँ P एक prime number, (x,p) उस द्विभाज्य संख्याएं (Coprime number)  $\frac{x^{p-1}}{P} = 1$  शेषफल, HCF(x,p)=1

उदाहरण:-

$$\frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{P} = 1 \text{ शेषफल}$$

$$\frac{64^{30}}{31} = 1 \text{ शेषफल होगा}$$

❖ 1.

$$\frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} \times 4^7$$

-1 -1 -1

$$\frac{1 \times 4^7}{17} = \frac{4 \times 16 \times 16 \times 16}{17} = -4 \text{ या } 13$$

Type-II बड़ी घात को टुकड़ी में तोड़कर

$$\frac{ax+k^n}{a} = k^n \quad (\text{शेषफल})$$

$$\frac{ax-k^n}{a} = (-k)^n (\text{शेषफल})$$

उदाहरण:-

$$1. \quad \frac{(25)^9}{24} \quad \frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 = (\text{शेषफल})$$

$$2. \quad \frac{(39)^{25}}{40} \quad \frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1 \text{ शेषफल या } 39 \text{ होगा।}$$

इसी कि  $7^{101}$  को 48 से विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा-

# ठंडव्या पद्धति (Number System)

$$\blacktriangleright \frac{(7)^{101}}{48} = \frac{(7^2)^{50} \cdot 7}{48}$$

$$= \frac{49^{50} \times 7}{48}$$

$$= \frac{1^{50} \cdot 7}{48} = 7 \text{ शेषफल}$$

Note  $\frac{4^n}{6}$  format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा,  
(n>0)

## पूर्ण वर्ग ठंडव्याः-



इकाई अंक जो वर्ग के हो सकते हैं -

जो नहीं हो सकते

➤ 0	2
➤ 1	3
➤ 4	7
➤ 5 or 25	8
➤ 6	
➤ 9	

❖ किसी भी शंख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की शंख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

गोटः- इतः शभि को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी शंख्या पूर्ण वर्ग होगी-

1. 21904
2. 22903
3. 21917
4. 35405

व्याख्याः- यहाँ इकाई अंक किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के आखिर में 5 आ सकता है लेकिन इकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा।

अतः शेष विकल्प (1) शहि होगा 21904 जो कि 148 का वर्ग है।

Q. 1 एक बगीचे में कुल 36562 गमले हैं उन गमलों की उजावट कर वर्ग बनाना है। तो बताइये इनमें

से कितने गमले हटाये जाये कि एक पूर्ण वर्ग बन जाए।

- (a) 36 (b) 65 (c) 81 (d) 97

उत्तर - 36562 में से

- (1) 36 घटाने पर, 26 आखिर में आता है जो किसी भी वर्ग में नहीं होता।
- (2) 65 घटाने पर, 97 जो किसी भी वर्ग में नहीं आता।
- (3) 81 घटाने पर, यही रही उत्तर होगा।
- (4) 97 घटाने पर, 65 किसी के आखिर में नहीं आता 25 आता है हमेशा।

Q. 2 पूर्ण वर्ग शंख्या कौनसी होगी -

- (A) 17343 - 3 किसी भी वर्ग के अन्त में नहीं होता x  
 (B) 987235 - 5 से पहले हमेशा 2 होता है x  
 (C) 976366 - 6 से पहले हमेशा विषम शंख्या होती है किसी वर्ग में x  
 (D) 106276 - यह रही होगी।

Binary and decimal में बदलना

Binary शंख्या पद्धति      Decimal शंख्या पद्धति

B → D	1 11 "
0 → 0	2 12 "
1 → 1	3 13 "
10 → 2	4 14 "
11 → 3	5 15 "
100 → 4	6 16 "
101 → 5	7 17 "
110 → 6	8 18 "
111 → 7	9 19 "
1000 → 8	10 20 "
1001 → 9	
1010 → 10	

# १०८ अंक्या पद्धति (Number System)

Decimal से Binary में बदलना

(51) को Decimal से Binary में बदलना -

2	51	1	↑ Remain
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	

$$= (110011)_2$$

Q. 1 101 को Binary अंक्या पद्धति में प्रदर्शित कीजिए

2	101	1	↑
2	50	0	
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	
			1

$$= (1100101)_2$$

Binary से Decimal में बदलना -

दी गयी अंक्या को इकाई अंक से  $2^0$  से बढ़ते क्रम में गुणा का योग करते हैं -

$$\text{तैरी - } (1100101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$$

$$\text{यहाँ } (1100101)_2 \longrightarrow$$

$$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^7 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$\nearrow$        $\nearrow$        $\nearrow$        $\nearrow$

4<sup>th</sup> place    5<sup>th</sup> place    2<sup>nd</sup> place    1<sup>st</sup> place

$$= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101 \text{ Ans.}$$

$$\text{Q. 2 } (1101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$$

$$= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

गणितीय अंकियाएँ



योगफल तथा अंतर पर आधारित

Q.1 यदि किसी अंक्या में 21 को जोड़ा जाए, तो वह उपनी तिगुनी अंक्या हो 7 कम हो जाती है। तदनुसार वह अंक्या कितनी है ?

- (a) 14                                  (b) 16  
(c) 18                                   (d) 19

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना अंक्या है  $x$

प्रश्नानुसार

$$3x - 7 = x + 21$$

$$3x - x = 21 + 7$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2} \Rightarrow 14$$

Q. 2 यदि किसी अंक्या में  $\frac{1}{2}$  जोड़ दिया जाए और फिर उस योगफल को 3 से गुणा किया जाए, तो उत्तर 21 प्राप्त होता है। अंक्या बताइए ?

- (a) 6.5                                 (b) 5.5  
(c) 4.5                                   (d) -6.5

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना अंक्या है  $x$

प्रश्नानुसार

$$\left(x + \frac{1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$\left(\frac{2x + 1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$2x + 1 = 7 \times 2$$

$$2x = 14 - 1 \Rightarrow 13$$

$$x = \frac{13}{2} \Rightarrow 6.5$$

Q.3 किसी अंक्या का में 50% को 50 में जोड़ने पर वह उसी अंक्या के बराबर हो जाता है। वह अंक्या है-

- (a) 50                                   (b) 100

# संख्या पद्धति (Number System)

(c) 150

(d) 75

उत्तर - (b)

व्याख्या -

माना संख्याएँ  $x$  हैं

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } 50\% + 50 = x$$

$$x \times \frac{50}{100} + 50 = x$$

$$x - \frac{x}{2} = 50$$

$$\frac{x}{2} = 50$$

$$\therefore x = 100$$

Q. 4 दो छंकों वाली एक संख्या और उसके छंक उलटे ढंगे पर प्राप्त होने वाली संख्या का योग एक वर्ग संख्या है। तदनुसार इस प्रकार की कुल संख्याएँ कितनी हैं?

(a) 5

(b) 6

(c) 7

(d) 8

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना दो छंकों वाली संख्याएँ का इकाई छंक  $y$  तथा दहाई छंक  $x$  हैं।

$$\text{इसलिए संख्याएँ} = 1x + y$$

$$\text{संख्या के छंक उलटे पर बनी संख्या} = 10y + x$$

प्रश्नानुसार

$$(10x + y) = +(10y + x) = \text{वर्ग संख्याएँ}$$

$$11x + 11y = \text{वर्ग संख्या}$$

$$11(x + y) = \text{वर्ग संख्या}$$

यदि  $x + y = 11$  रखा जाए तब प्राप्त संख्या, वर्ग संख्या होगी

$$\text{इतः } x + y = 11$$

यदि  $x + y = 11$  तब इस प्रकार बनी कुल संख्याएँ निम्न हैं

$$x = 1, y = 10$$

$$x = 10, y = 1$$

$$x = 2, y = 9$$

$$x = 9, y = 2$$

$$x = 3, y = 8$$

$$x = 8, y = 3$$

$$x = 4, y = 7$$

$$x = 7, y = 4$$

$$x = 5, y = 6$$

$$x = 6, y = 5$$

उपरोक्त प्रश्न के अनुसार, कुल 10 संख्याएँ बनती हैं परंतु प्रथम जोड़  $x = 1, y = 10$  तथा  $x = 1, y = 10$  प्रश्न की शर्तों को दर्शाएँ नहीं करता है। इतः इस प्रकार बनी कुल संख्याएँ 8 होगी जो निम्नलिखित होगी- 29, 38, 47, 56 तथा 92, 83, 74, 65

Q. 5 यदि दो संख्याओं के योग का उन संख्याओं से अलग-अलग गुण किया जाए, तो गुणनफल क्रमशः 247 तथा 114 आता है। तदनुसार उन संख्याओं का योगफल कितना है?

(a) 19

(b) 20

(c) 21

(d) 23

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या  $x$  एवं  $y$  हैं।

तब पहली शर्त है-

$$x(x + y) = 247 \dots\dots\dots (i)$$

दूसरी शर्त है-

$$y(x + y) = 114$$

$$\text{या } (x + y) = \frac{114}{y} \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) से  $(x + y)$  का मान समीकरण (ii) में रखने पर-

$$x \times \frac{114}{y} = 247$$

$$\frac{x}{y} = \frac{247}{114} = \frac{13}{6}$$

$$x + y = 13 + 6 = 19$$